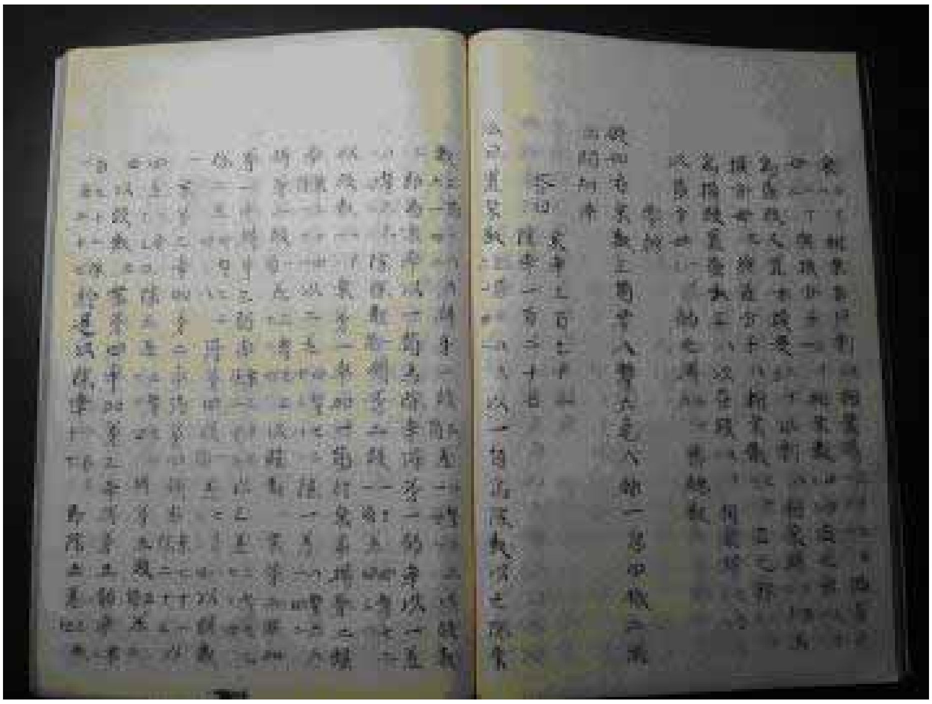
授業研究第1日目

和算

～零約術(巻之一)～



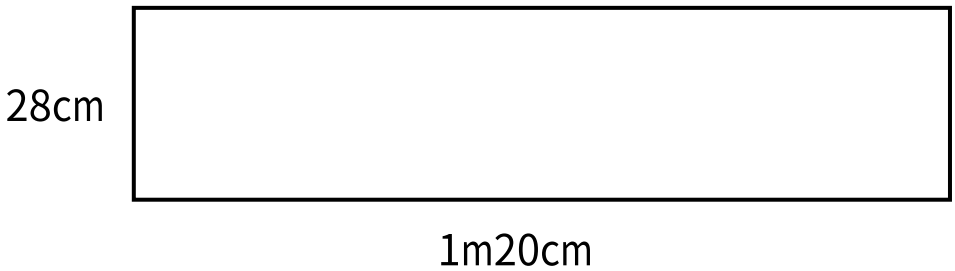
大成算経　巻六諸約之法

年	組	番
氏名		

授業者：筑波大学大学院修士課程教育研究科教科教育専攻
数学教育コース
永田　岳

【 問題Ⅰ-ⅰ 】

下の図のような縦 28cm 横 1m20cm の長方形がある。この長方形を最も少ない枚数の正方形でしきつめるとき、正方形はいくつ必要ですか (正方形は合同であるとは限らない)。



【 問題Ⅰ-ⅱ 】

【問題Ⅰ-ⅰ】を式の変形で考えてみよう。

1. まず、先ほどの問題の式を次の形にします。

$$120 = 28 \times \boxed{1} + \boxed{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$28 = \boxed{2} \times \boxed{3} + \boxed{4} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

$$\boxed{2} = \boxed{4} \times \boxed{5} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

2. ①～③の式を次のように変形します。

①の両辺を28で割る

$$\frac{120}{28} = \boxed{1} + \frac{\boxed{2}}{28}$$

$$\frac{120}{28} = \boxed{1} + \frac{1}{\frac{28}{\boxed{2}}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①'$$

同様に②・③も、②′・③′の形に変形する。

3．③´を②´へ、さらに②´を①´へ代入して１つの式であらわす。

$$\frac{120}{28} = \boxed{1} + \cfrac{1}{\boxed{3} + \cfrac{1}{\boxed{5}}}$$

$\boxed{1}$ ～ $\boxed{5}$ に当てはまる数字を入れて、最後の形（3の形）を数字で書き表しなさい

$\boxed{1}$ ＝

$\boxed{2}$ ＝

$\boxed{3}$ ＝

$\boxed{4}$ ＝

$\boxed{5}$ ＝

【最後の形】

$\frac{120}{28} =$

《 連分数 》

連分数とは、分母に更に分数が含まれているような分数のことを指す。 分子が全て 1 である場合には特に正則連分数ということがある。 具体的には次のような形である。

$$a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{a_3+\cfrac{1}{x_3}}}$$

【 問題 I -iii 】

$\dfrac{1979}{924}$ を連分数の形になおしてみよう。

【 問題Ⅱ-ⅰ 】

3.0866142 を分数で表してみよう。

零約術

Reiyaku-jutu

零約術～大成算経～

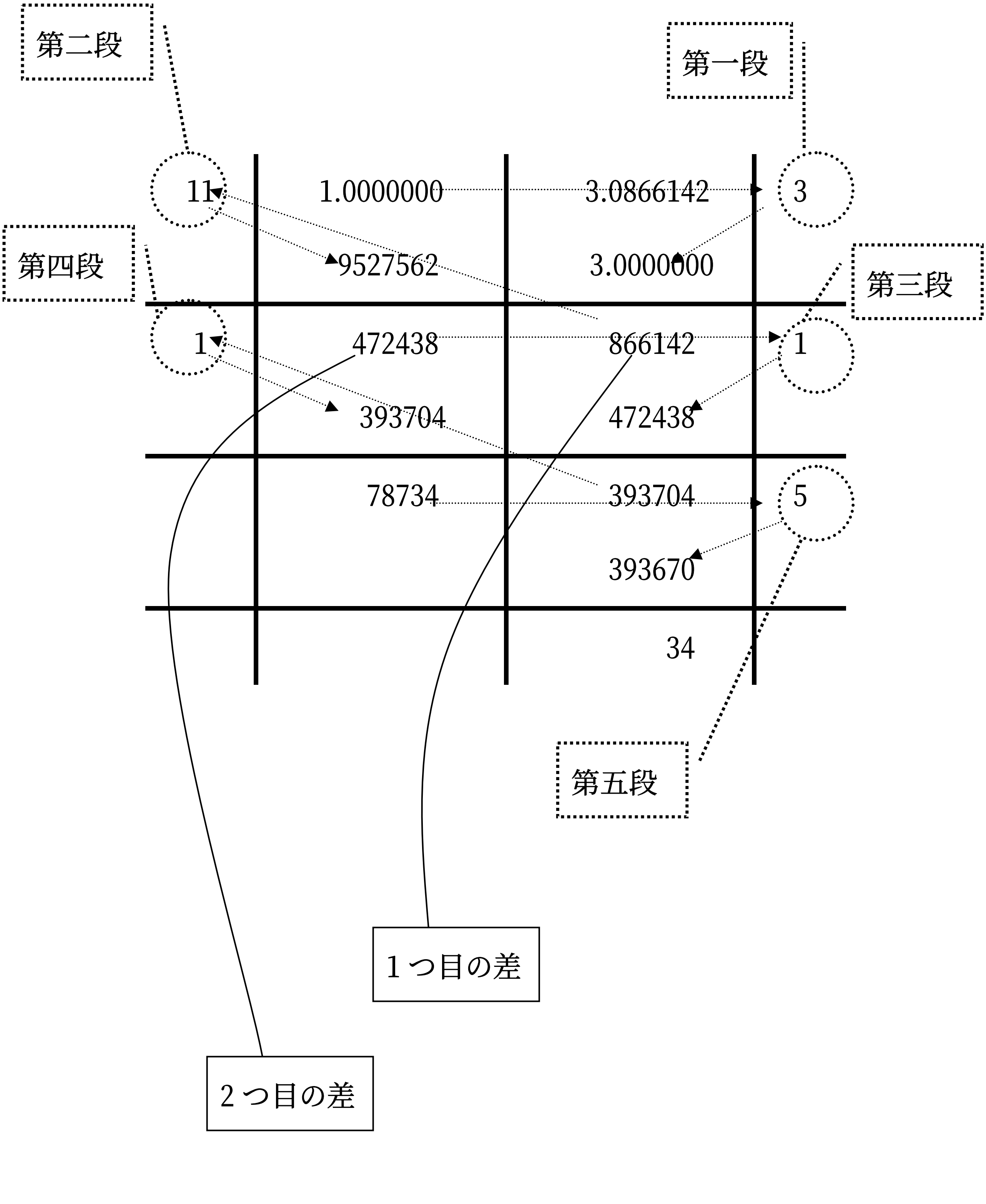
零約

假如有乗数三筒零八釐六竜六絲一忽四微二纖弱問約率

答曰　乗率　三百九十二

除率　一百二十七

法曰　置乗数三筒〇八六六一四二以一箇鳥除数以之除乗数三筒〇八六六一四二得一段三箇差八釐六六一四二以段数三即為乗率以一筒為除率得第一弱率以一差八釐六六一四二除除数一筒得第二段一十一筒差四釐七二四三八以段数一十一乗第一率加一筒於乗率得第二強率乗除三十四一十一以二差四釐七三四三八除一差八釐六六一四二得第三段一筒差三釐九三七〇四以叚数一乗第二率加第一率得第三弱率乗三十七除一十二以三差三釐六六一四二除二差四釐七二四三八得第四叚一筒差七竜八七三四以叚数一乗第三率加第二率得第四強率乗七十一除二十三以四差七竜八七三四除三差三釐九二七〇四得第五叚五筒差三四微以叚数五乗第四率加第三率得第五弱率乗三百九十二除一百二十七於是以除率一百二十七即除五差三四微得二沙六七七強是第五商差於原商三箇〇八釐六絲一四二之較八位合以爲精率



第二段
第一段
11
1.0000000
3.0866142
3
第四段
9527562
3.0000000
第三段
1
472438
866142
1
393704
472438
78734
393704
5
393670
34
第五段
1つ目の差
2つ目の差

【現代語訳】
零約

問題　3.0866142 を零約（近似分数に）しなさい

答え　$\dfrac{392}{127}$

分子（左の列の最初）を 3.0866142、分母（右の列の最初）を 1 と置く。そうすると、その商は 3.0866142 となる。

$$\frac{3.0866142}{1}=3.0866142$$

（3.0866142 から 1 を引けるだけ引くことを考えるとき、1を 3 回引けるので）**第一段目の数字は 3** とおく。
その**差は 866142**（3.0866142－1.0000000×3＝0.0866142）。
このとき、第一段目の数字である 3 を分子にし、分母を 1 として、

ここから第一率【弱率】（$\dfrac{3}{1}=3<3.0866142$）を得る。

1 つ目の差 866142 を 1.0000000 から引けるだけ引くことを考えると、11 回引けるので、**第二段が 11** となる。
そのときの**差は 472437**（1.0000000－0.0866142×11＝0.0472437）。

第二率の分子の数は、第一率の分子の数の 11 倍に 1 を加えたもの（3×11＋1）とし、第二率の分母の数は、第一率の分母の数を 11 倍したもの（1×11）とする。これにより、第二率の分子 34 分母 11【強率】

（$\dfrac{34}{11}=3.0909\cdots>3.0866142$）を得る。

次に、1 つ目の差 866142 から二つ目の差 473438 を除く（引けるだけ引く）ことを考えると（473438 は 1 回引けるので）、**第三段は１**を得る。

差は３９３７０４（0.0866142－0.0473438×1＝0.0393704）。

そして、第二率の分子の数と分母の数をそれぞれ１倍し（この１は第三段の数を示す)、それに、第一率の分子の数と分母の数をそれぞれに加えることで、第三率の分子 37（34×1＋3）分母 12（11×1＋1）【弱率】

$$\left(\frac{37}{12}=3.0833\cdots<3.0866142\right)$$ を得る。

次に、二つ目の差４７２４３８から三つ目の差３９３７０４を除く（引けるだけ引く）ことを考えると（３９３７０４は１回引けるので)、**第四段は１**を得る。
差は７８７３４（0.0473438－0.0393704×1＝0.0078734）。

そして、第三率の分子の数と分母の数をそれぞれ１倍し（この１は第四段の数を示す)、それに第二率の分子の数と分母の数を、それぞれに加えることで、
第四率の分子　71（37×1＋34）分母　23（12×1＋11）【強率】

$$\left(\frac{71}{23}=3.08695\cdots>3.0866142\right)$$ を得る。

次に、3つ目の差３９２７０４から四つ目の差７８７３４を除き（引けるだけ引くことを考えると、７８７３４は５回引けるので)、**第五段に５**を得る。
差は３４（0.0393704－0.0078734×5＝0・000034）。

以上から、第四率の分子の数と分母の数を５倍（この５は第五段の数を示す）し、第三率の分子の数と分母の数をそれぞれに加えることで、
第五率の分子　392（71×5＋37）分母　127（23×5＋12）【弱率】

$$\left(\frac{392}{127}=3.0866141\cdots<3.0866142\right)$$ を得る。

是、もとの商3.0866142と第五率を較べると８位まで合う。
之を以って、精率とする。
　　　※　実際は７位まで合う。

【 課題Ⅱ-ⅰ 】

⑴ 現代語訳の文章中に出てくる弱率と強率の違いは何ですか。

⑵ 第二段の 11 は何を示していますか。現代語訳の文章の中の言葉を使って答えなさい。

⑶ 第四率を求めるためにどのような計算をしていますか。$\boxed{}$ に当てはまる言葉を文中から抜き出しなさい。

第四率の分子＝ $\boxed{} \times \boxed{} + \boxed{}$

第四率の分母＝ $\boxed{} \times \boxed{} + \boxed{}$

⑷ 精率と呼ばれる形の近似分数はいくつですか。$\boxed{}$ に当てはまる数字を文中から抜き出しなさい。

$$\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

和算

1.　和算とは

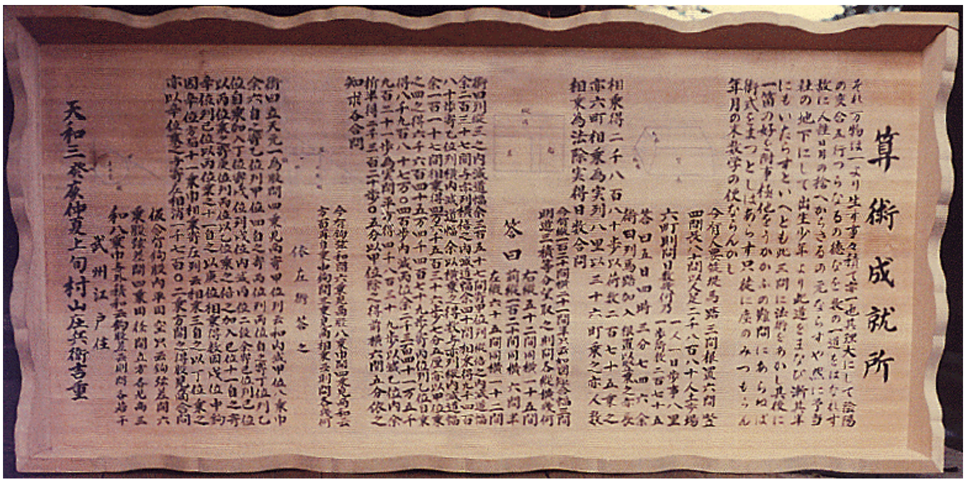
　江戸時代, 日本人が国内での学習または実用に供してきた**日本独自の数学**のこと。これに対し明治以降に輸入された西欧の数学を洋算と言う。
　和算における計算器具は**算木とそろばん**が代表的なものであるが、関孝和は筆算を用いた。

- 算木

算木は、**天元術**とよばれる解法によって方程式などの計算に用いられた。天元術では、算盤と呼ばれる表と算木を用いた。算盤に置かれた算木を並べ替えることで、方程式を解いていった。**関孝和**は算木を用いずに筆算により方程式を解く計算法（**点竄術**）を編み出した。

- 算額

算額とは、**額や絵馬**に数学の問題や解法を記して、神社や仏閣に奉納したものである。算額は、数学の問題が解けたことを神仏に感謝し奉納されたと言われる。やがて、人の集まる神社仏閣を数学の発表の場 として、問題だけを書いて解答を付けずに奉納するものも現れ、その解答を算額にしてまた奉納するといったことも行われた。

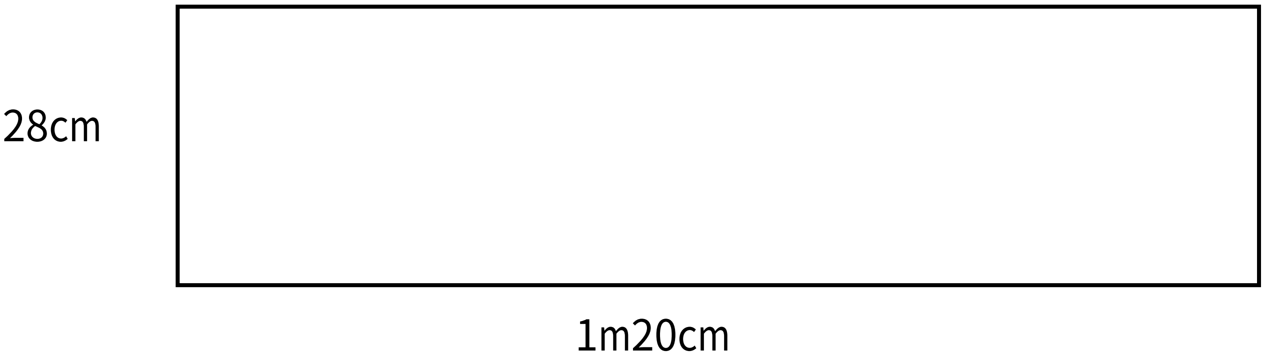


和

1日目ワークシート（No.1）

グループ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

【　問題Ⅰ-ⅰ　】



【　式　・　気づいたこと　】

１日目ワークシート（No.2）

グループ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

【　問題Ⅰ-ⅱ　】

$120 = 28 \times \boxed{} + \boxed{}$ ・・・・・・・・・ ①

$28 = \boxed{} \times \boxed{} + \boxed{}$ ・・・・・・・・・ ②

$\boxed{} = \boxed{} \times \boxed{}$ ・・・・・・・・・ ③

【最後の形】

$$\frac{120}{28} =$$