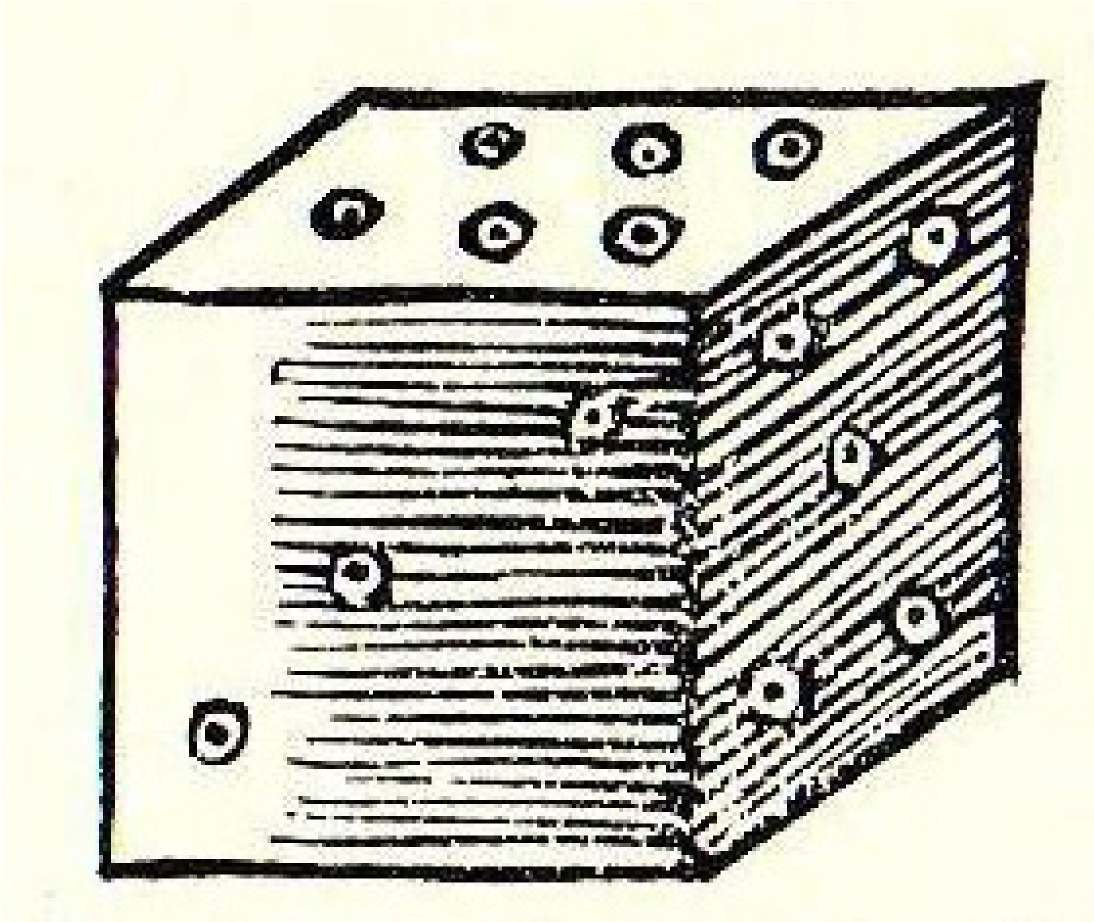
3 時間目資料

授業資料



年　　組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

授業者：筑波大学大学院修士課程教育研究科
渡辺　悠希

（前回までの復習とまとめ）

カルダノが場合の数をどのように求めたかを見てきました。

以下の問題について、「カルダノの解き方」と「現代的な解き方」を見比べてみましょう。

タリ・ゲームにおいて、○○○×型の目が出る「場合の数」は何通りあるでしょう。

・カルダノの解き方

○○○×で○の選び方は 4 通り、それに対して×の選び方は 3 通りあるので、
４×３＝１２（通り）

○○○×型の並び方は４通りあるので、
１２×４＝４８（通り）

４８通り

・現代的な解き方

○○○×の並び方は${}_4C_3$、○の選び方は 4 通り、それに対して×の選び方は 3 通りあるので、
${}_4C_3$×４×３＝４８

４８通り

「カルダノの解き方」と「現代的な解き方」の比較

カルダノは、出る目の組合せを求め、その結果を使い場合の数を求めています。それに対し現代的な解き方では、一気に場合の数を求めてしまいます。

以下の問題を「カルダノの解き方」と「現代的な解き方」のそれぞれで解いてみましょう。

３個のサイコロを投げて、２個が同じ目を出す場合の数を求めてください。
（解答はワークシートに記入して下さい。）

「数学的確率」と「統計的確率」の比較

	数学的確率	統計的確率
求め方	$\dfrac{\text{ある事柄が起こる場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$	$\dfrac{\text{ある事柄が起こった回数}}{\text{全体の回数}}$
長所	同様に確からしいと想定されている事象では、**実験や観察を繰り返すことなく、計算によって確率を求めることができる。**	数学的確率であいまいだった、同様に確からしいかどうかという問題を克服している。さらに、同様に確からしくない事象の確率も得ることができ、**確率の適用範囲がきわめて広い。**
短所	「同様に確からしい事象」の根拠が不明瞭である。	確率を求めるのに、多くの試行回数を要する。

本時は、前回扱ったゲームをカルダノがどのように研究したかを見ていきましょう。また、カルダノ以後、確率の研究がどのように進んでいったのかを見ていきましょう。

§１.「カルダノの研究」

カルダノは、２個のサイコロ投げで、ある特定の目が出たら勝ちというゲームを研究しました。このゲームにおいてカルダノは、特定の目を出したいプレイヤーと、対戦相手がどのように賭金を置けばよいかを、下の表より求めました。

表の穴埋めをしてみましょう。（解答はワークシートに記入して下さい）

２個のサイコロ投げの表

２個のサイコロ投げ	場合の数	計
少なくとも１個１の目が出る場合	①	⑦
１の目が出ず、少なくとも１個 2 の目が出る場合	②	⑧
１と２の目が出ず、少なくとも１個３の目が出る場合	③	⑨
１～３の目が出ず、少なくとも１個４の目が出る場合	④	⑩
１～４の目が出ず、少なくとも１個５の目が出る場合	⑤	⑪
１～５の目が出ず、少なくとも１個６の目が出る場合	⑥	⑫

以下は、掛金の分配についてカルダノの考え方が出てくるくだりです。先ほど求めた表の数字を使って、原典の和訳の穴埋めをしてください。

If, therefore, someone should say, “I want an ace, a deuce, or a trey,” you know that there are □ favorable throws, and since the circuit is □ , the rest of the throws in which these points will not turn up will be □ ; the odds will therefore be □ to □. Therefore in 4 throws, if fortune be equal, an ace, deuce, or trey will turn up 3 times and only one throw will be without any of them; if, therefore, the player who wants an ace, deuce, or trey were to wager three ducats and the other player one, then the former would win three times and would gain three ducats; and the other once and would win three ducats; therefore in the circuit of 4 throws they would always be equal. So this is the rationale of contending on equal terms;

もしも誰かが“私は１の目か、２の目か、３の目を出したい”といったとしたら、（　　）通りの好都合な投げが存在し、かつ全ての場合の数は（　　）であるから、これらの点が出ないのは（　　）通りである。
それゆえ勝ち目は（　　）：（　　）である。だから、４回の投げで、もしも運が等しければ、１の目か２の目か３の目のどれかが３回は出現し、あとの１回はこれらの目が出ないであろう。それゆえ１か２か３の目を出したいと思うプレイヤーが３デュカを賭け、他のプレイヤーが１デュカを賭けたとしたら、前者は３倍多く勝って３デュカを得るであろう。そして他のプレイヤーは１回だけ勝って、その場合だけ３デュカを得るであろう。それで、４回１まわりの投げで、彼らはつねに同等であろう。このことは同等の条件でゲームを争う論理的条件なのである。

カルダノは場合の数を求めることにより、勝ち目を

「勝つ場合の数：負ける場合の数」という比で表した。

カルダノは以下の一般的規則を求めています。

全事象の場合の数、賭ける場合の数を求めて、

（賭ける事象の場合）：（全事象－賭ける事象の場合）

の比を求めてプレイヤー相互の賭金を置くべきで、

その結果人々は同等な条件でゲームをしうるのである。

以下の表の場合の数は「２個のサイコロ投げの表」で求めた場合の数です。この事象を「賭ける事象」として、「勝つ確率」と「勝ち目」を求めてみましょう。（解答はワークシートに記入して下さい）

「勝つ確率」と「勝ち目」の表

２個のサイコロ投げ	場合の数	勝つ確率	勝ち目
少なくとも１個１の目が出る場合	１１	①	⑦
少なくとも１個１か２の目が出る場合	２０	②	⑧
少なくとも１個１～３の目が出る場合	２７	③	⑨
少なくとも１個１～４の目が出る場合	３２	④	⑩
少なくとも１個１～５の目が出る場合	３５	⑤	⑪
少なくとも１個１～６の目が出る場合	３６	⑥	⑫

§２．カルダノとその後の確率の研究

これまで見てきたように、カルダノは『サイコロ遊びについて』の中で確率について研究しました。この著書が確率に関する最古の書物です。

勝ち目によって、同等の条件でゲームを争う論理的条件を求めたカルダノですが、実際の賭事では一文無しとなり、末子も身を滅ぼすという人生の苦難に出会いました。

1576 年のカルダノの死後およそ 80 年間、確率の研究は主たる成果がありませんでした。確率の研究が進むのは、1654 年の数学者パスカルとフェルマーの「賭金の分配問題」についての往復書簡からです。

$$\frac{\text{ある事柄が起こる場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$$

という現代的な数学的確率の定義は、1718 年に出版されたド・モアブル著『偶然論』において初めて定義されました。

現代では確率の研究成果は、気象予報、統計学、工学、金融、経済など社会の様々なところで応用されています。

３日間ありがとうございました。