

科学系博物館における「パンタグラフ」の演示に関する研究

算数・数学的活動による発展的な学習を通して

筑波大学大学院修士課程教育研究科

豊崎 絵美

章構成

要約

1. はじめに
2. 研究目的・研究方法
3. パンタグラフの教材化
4. パンタグラフの数学的解説
5. 教具としてのパンタグラフ
6. パンタグラフを題材とした活動概要
7. 議論
8. おわりに

本研究ではパンタグラフを用いた活動を国立科学博物館で実施し、未習内容を既習内容から発展的に学習するとともに、算数・数学的活動を通して算数・数学に対する興味・関心を喚起できるか考察した。その結果、パンタグラフを観察・操作・探求することにより、パンタグラフの仕組みにおける未習内容を主体的、発展的に学ぶことができ、算数・数学への興味・関心を喚起できたことが確認された。

キーワード：算数・数学的活動、発展的な学習、パンタグラフ、相似、作図

1. はじめに

小学校学習指導要領解説(1999)の目標には「算数的活動」「活動の楽しさ」、中学校学習指導要領解説(1999)では「数学的活動の楽しさ」、高等学校学習指導要領解説(1999)では「数学的活動を通して創造性の基礎を培う」という表現が加えられた。高等学校学習指導要領解説(1999)によると数学的活動は、「観察、操作、実験・実習などの外的な活動と、直感、類推、帰納、演繹などの内的な活動」があり、小学校では外的活動を、中学校、高等学校では内的・外的活動ともに重視されている。また「個に応じた指導に関する指導資料」(2002)では算数・数学的活動について「数学の学習において、知識は数学的活動を通して生み出され、構成される」、「知識獲得の方法や知識を構成する視点は、数学的活動を通して獲得される」とし、この2点について「数学は、既知の内容や方法を生かして発展できるという数学の生産性を象徴している」と述べている。さらに、算数・数学的学習は「個々の高まりを認め、(中略)誤りを修正したり、分からないことを補充したりしながら、楽しく、発展的に学習し、より深く理解するような個に応じた指導が必要」としている。

上記から筆者は、算数・数学的活動を通して個々の既習内容を発展させることによって、算数・数学の学習内容に対する理解を促すと考え、「算数・数学的活動」と「発展

的な学習」に着目した。「発展的な学習」について磯田(2004)は「自ら発展する学習」とし、川野邊(2003)は「生徒自身の主体的な活動が絶対的に必要」としている。しかし「その障害となりうる原因として、教師の教え込みがある」と述べている。小川・下條(2004)によると、学校では「学習指導要領に基づく学習活動が展開されており、主として既習の知識・技能を基礎的に新たな学習内容を積み上げていく系統的な学習活動が中心」で、「一つの目標に向かって一斉に効率的に学習する方法を選択せざるを得ない場合が多い」としている。一方、博物館では「人々が自分で学習に取り組むかどうかを選択でき、(中略)到達すべき目標を一つに限らず、個人が自らの興味・関心に基づいて学習する」ことができる。これより、博物館での学習は個に応じた指導が必要であり、教師の教え込みを避けることができるため、個々が持っている学校での既習内容と結び付けて発展的な学習をすることができるといえる。また、「科学系博物館に求められている学習は体験的な活動であり(中略)科学や自然に対する興味・関心を高めることが重要な学習効果」(小川・下條,2003)であることから、国立科学博物館での算数・数学的活動を取り入れた体験的な学習によって、算数・数学に対する興味・関心を喚起することができると考えられる。

田中(2004)は「道具を教材として、授業の中に探究活動を取り入れることが、生徒の意欲を高め、数学と向き合う気持ちを高める」と述べている。このことから、本研究では道具を用いた算数・数学的活動による授業を行うために、パンタグラフを題材とした教材を開発した。磯田(2004)によると、「道具を使うからこそ教えられる数学的活動は、実在における経験を数学として振り返る活動」である。パンタグラフでは、その大きさや形を変えるだけで容易に条件換えをすることができ、図を描くという経験によって得た知識を振り返ることで、算数・数学の学習内容について理解を深めることができる。これによりパンタグラフの持つ算数・数学について未習内容について発展的に学ぶことができるといえる。先行研究では、小関勝則(1998)が作図ツールを用いた探求的な活動により技術家庭科などの他教科と数学を関係付けることができるとし、広井徳文・北島茂樹・坂本正彦(2000)はLEGOを用いることで、生徒の活動に表現変更型推論が見られ、生徒の創造性を高められたとしている。また、石川(2004)、田中(2004)がいずれも同じ年齢、学年を対象に作図器を用いた授業を行い、同じ既習内容から発展的に学習でき、興味・関心を喚起できることを確認した。しかし、これらの先行研究では、年齢、学年、既習内容が異なる対象に同じ教材を用い、国立科学博物館において自主的な探求活動を行う場合については確認されていない。

以上より、本研究では、年齢、学年、既習内容が異なる対象にパンタグラフを題材とした同じ教材を用い、国立科学博物館での算数・数学的活動を通して、算数・数学の未習内容を発展的に学習し、算数・数学に対しての興味・関心を喚起できるかを考察する。

2. 研究目的・研究方法

(1)研究目的

本研究では、年齢、学年、既習内容の異なる対象に、パンタグラフを題材とした同じ教材を用いることで、各自の未習内容を既習内容からの発展的内容として学習するとと

もに、算数・数学的活動を通して算数・数学に対する興味・関心を喚起することを目的とする。

上記の目的を達成するために、以下の課題を設定する。

課題 1: パンタグラフを用いて図を描き、その仕組みの探求を通して、パンタグラフの持つ算数・数学における未習内容を既習内容から発展的に学習できるか。

課題 2: パンタグラフを用いた算数・数学的活動を通して、算数・数学に対する興味・関心を喚起することができるか。

(2)研究方法

パンタグラフを題材とした相似図形に関する教材を開発し、それを用いた活動を全年齢・全学年を対象に、国立科学博物館にて行う。そして、事後アンケートとビデオによる活動記録に基づき考察する。

3. パンタグラフの教材化

本研究の活動で題材とするパンタグラフは作図器のことである。作図器としてすぐに挙げられるのはコンパスと定規だが、パンタグラフを用いても図形を作図することができる。パンタグラフにはいくつかの種類があり、筑波大学数学教育学研究室「レゴのページ」(<http://130.158.286.11/mathedu/forAll/kikou/lego/lego.html>)には線対称や点対称、平行移動、回転移動、相似変換、アフィン変換、反転変換、Lambertの透視画(遠近)法が行えるパンタグラフがある。本研究の活動では相似パンタグラフを

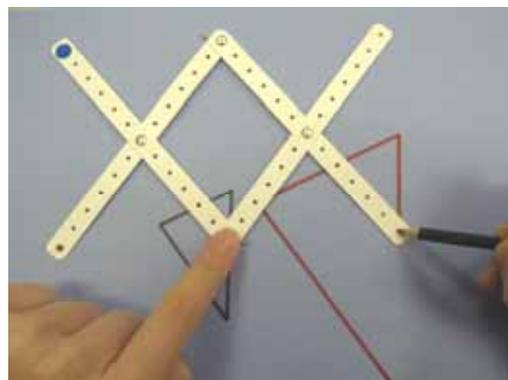


図1 2倍拡大図が描けるパンタグラフ

取り上げ、描いた後の図形がわかりやすいように、もとの図形として三角形を用いた。

磯田(2004)によると、LEGOによるパンタグラフは条件を換えて組み直すことができるため、「一般性を保存しようとする数学らしい条件換えを探る余地」があり、その性質を保つ前提条件としての仮定を探る活動ができると述べている。この条件換えによって、どのような条件のときに相似図形が描けるかを発見でき、パンタグラフの仕組みに気付くことができる。また、条件換えによってパンタグラフが持つ多くの算数・数学に触れることができ、未習内容であっても、既習内容から発展的に学習することができる。

パンタグラフの持つ算数・数学の中の一つが「相似」である。相似パンタグラフの仕組みや証明を理解するには、相似についての知識が必要である。しかし、相似が未習であってもパンタグラフの持つ算数・数学には関係・系統性があるため、既習内容を問わずに学ぶことができる。相似が未習である小学校低学年の児童は、「三角形」という図形について学習でき、小学校高学年の児童はもとの図形と描いた図形の大きさを比較して、辺の長さが2倍、3倍となっていることを比や乗法の内容として学習できる。活動において「三角形」「2倍」「3倍」「2個」「2本」といった発言があれば、この内容が学習できたことがわかる。また、「大きくなった」「小さくなった」という発言からは、「相似」について学習するきっかけとなったことがわかる。また、「歪んだ」「変

な形になった」という発言でも、それぞれの年齢、既習内容に応じて「相似」について考えることができたと考えられる。パンタグラフの形については、「(支点、力点、作用点)が一直線」「まっすぐ」といった発言からは、点の位置関係や「直線」についても学習できたことがわかる。中学生には図形の比や合同の内容と関係付けられ、証明や中点連結定理の性質を感じることができる。「相似」や「拡大」という発言があれば、活動と学校での学習内容を関係付けて学習できたことがわかる。中学校学習指導要領の改訂では「移動」が削除されたが、パンタグラフの操作を通して「移動」を学習することもでき、比が理解できることで相似について発展的に学習できる。杉田(2004)によると「パンタグラフのよいところは、描いた図形がどうして相似なのかという原理を、相似の中心を基礎に説明できるところ」であり、相似の中心が見えることで、証明の苦手な生徒であってもこれを手がかりにすることができるため、一人一人の理解の早さに応じて学習することができる。さらに、相似が既習である中学生以上の生徒、学生、大人には、高等学校学習指導要領から削除された「変換」の内容として学ぶことができる。「パンタグラフの形によってできる形が違う」といった発言からは、「変換」について考えるきっかけとなったことがわかる。(下表参照)

以上のことから、本研究ではパンタグラフを用いて算数・数学的活動をすることを通して、パンタグラフの持つ算数・数学について、未習内容も既習内容から発展的に学習することができ、活動で得た知識を利用することで、その後の未習内容の学習において理解を促すことができると考え、教材化した。

| 学年 | 学習内容 | 相似パンタグラフで学べる、 学習内容と関係している活動 | |
|-----|------|--------------------------------|---|
| 小学校 | 1年生 | ものの個数、長さの比較、形の特徴 | 作図前後の図形の形と辺の大きさを比べる、パンタグラフの形と辺の大きさを比べる |
| | 2年生 | 乗法、直線、三角形を知る、かく、つくる | 作図前後の図形が三角形であることを調べる、三角形の辺の長さを測る、四角形でも作図して調べてみる |
| | 3年生 | 基本的な図形を構成する要素を知る | 作図前後の三角形の角が直角か調べる、正方形や長方形でも作図して調べてみる |
| | 4年生 | 基本的な図形を構成する要素を知る | 作図前後の三角形が二等辺三角形や正方形か調べる、角度を測る |
| | 5年生 | 面積、垂直、平行 | パンタグラフや作図前後の三角形の垂直や平行を調べる、台形や平行四辺形、ひし形でも作図して調べる、作図前後の三角形の面積を比べる |
| | 6年生 | 倍数、平面、比、比例 | 作図前後の三角形の辺の長さやパンタグラフの腕の長さ、固定点からの距離を倍数や比で表わす |
| 中学校 | 1年生 | 比例・反比例、対称、作図 | 作図前後の三角形の辺の長さやパンタグラフの腕の長さ、固定点からの距離を測り、比例を用いて式で表わす、パンタグラフを組み立てなおして対称図形が作図できるようにする、 |

| | | | |
|------|-------|---|--|
| | 2年生 | 平面図形の性質、合同、三角形の合同条件、証明、平行線と角 | 大きさの異なるパンタグラフで作図した図形の性質を調べ、合同を証明する |
| | 3年生 | 相似、三角形の相似条件、平行線と線分の比 | 作図前後の図形の相似を証明する、パンタグラフの腕で平行線や線分の比を調べる |
| 高等学校 | 数学基礎 | 数学と人間の活動 | パンタグラフが人間の活動に関わって発展したことを理解する |
| | 数学 | 図形と計量 | 作図した三角形に三角比を用いて考える |
| | 数学 | 図形と方程式 | 作図した三角形に座標を用いて考える |
| | 数学 | 微分 | 色々な図形を作図してその接線を求める |
| | 数学A | 平面図形 | 三角形の性質の理解を深める |
| | 数学B | ベクトル | パンタグラフで作図した三角形にベクトルを導入して考える |
| | 数学C | 行列、極座標 | 作図前後の三角形の点の移動を行列を用いて考える、作図後の三角形を極座標を用いて考える |
| その他 | 移動、変換 | パンタグラフを組み立て直して図形を平行移動、対称移動、回転移動、作図前後の三角形を合同変換、相似変換を用いて考える | |

4. パンタグラフの数学的解説

本研究で題材とした相似パンタグラフについて解説する。

第一の活動で用いた右のパンタグラフは、長さの等しい4本の棒でできており、それぞれの棒の midpoint D 、 E を割りピンでとめてある。点 A を固定して、三角形 abc を原図とした。点 A (支点) を固定し、点 C (作用点) にペンをいれたまま点 B (力点) で図形をなぞると点 C は点 B でなぞった図形を2倍に拡大した図形を描く。ここで点 A は相似の中心である。

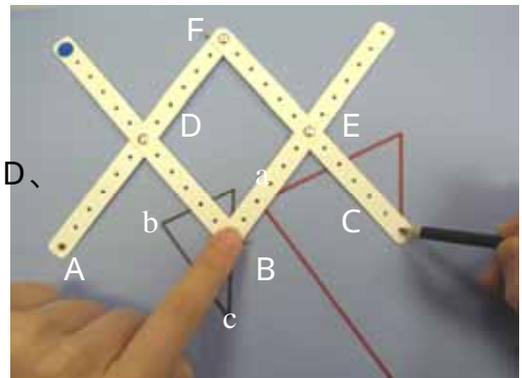


図2 2倍拡大図が描けるパンタグラフ

【証明】

右の図3で示す。

四角形 $BDFE$ はひし形で、点 A 、 B 、 C は一直線上に並ぶとする。...

また、点 D は辺 AF の midpoint、点 E は辺 CF の midpoint である。

よって $AD : AF = 1 : 2$...

$CE : CF = 1 : 2$...

より $AB : AC = 1 : 2$ となり、

$ABD \sim ACF$

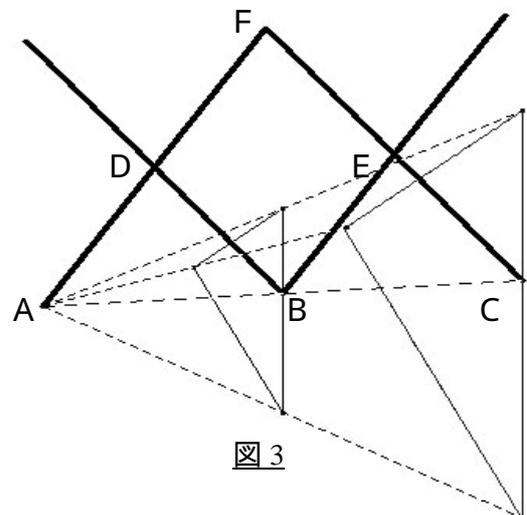


図3

したがって点Cは点Bでなぞった原図の2倍の拡大図形を描く。

上記の証明からもわかるように、パンタグラフは辺AB、ACの距離の比と、その比が不変であることによって描ける図形が決まるため、第二の活動で用いたパンタグラフ(図4)は第一の活動のパンタグラフ(図1、2)と形が同じで大きさが異なっているため、2倍の拡大図形を描くことができる。しかし、第三の活動で用いたパンタグラフ(図5)のように、形を変えると、辺AB、ACの距離の比が変わり、その不変性が保たれないこともあるため、必ずしも相似図形が描けるとはいえない。いは支点・力点間の距離と支点・作用点間の距離の比が1:3で、3点が一直線上にあり、比が不変であるため、作用点は原図の3倍の図形を描く。しかし、はは棒の長さは等しいが、3点が一直線上になく、3点間の距離の比が保たれないため、描ける図形は非相似図形となる。

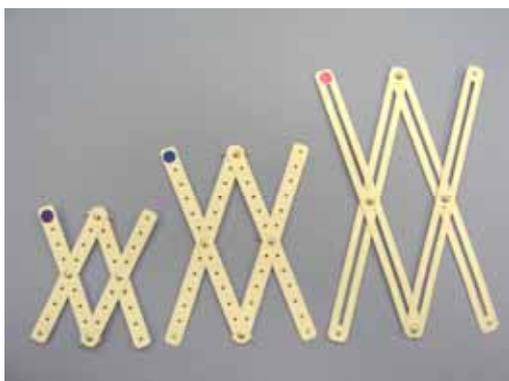


図4 大きさの異なるパンタグラフ

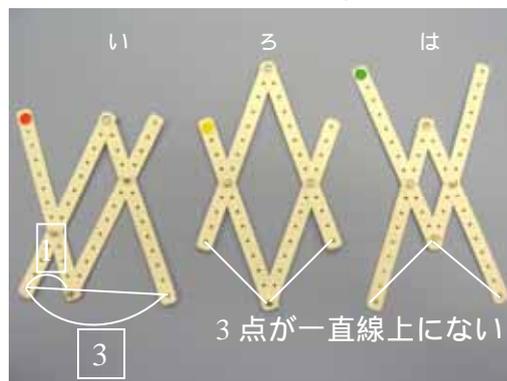


図5 形の異なるパンタグラフ

5. 教具としてのパンタグラフ

本研究の活動で用いたパンタグラフの教具について解説する。

第一の活動で用いたパンタグラフ(図1、2)は、まず、幅1cm、長さ13cmの厚紙を4本用意し、1cm間隔に穴を13個あけ、それぞれの棒の midpoint を割りピンでとめる。これを作図しやすいように画用紙に固定しておき、画用紙にはあらかじめ原図として三角形を描いておいた。原図の三角形と描いた三角形の辺の長さを比較するために、原図の三角形の各辺の長さと同じ長さの棒を竹串で作った。(図6)この棒は後の活動でも用いるので各種類1人に約15本になるように作った。

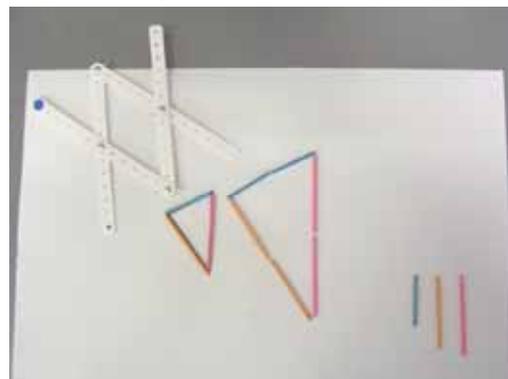


図6 三角形の辺の長さを比較する棒

第二の活動で用いたパンタグラフ(図4)は、第一の活動で用いた厚紙で10cmと18cmの棒をそれぞれ4本ずつ用意し、同様に組み立てた。3つの大きさの異なるパンタグラフで描いた図形や、第一の活動で描いた図形を比較しやすいように、OHPシートに固定した。

第三の活動で用いたパンタグラフ(図5)は、第一の活動で用いたパンタグラフと同じ長さの棒を、それぞれ異なる位置を割りピンでとめて組み立てた。これらも第二の活動の

パンタグラフと同様にOHPシートに固定した。

最後の活動では自分でパンタグラフを組み立てることができるように、10cm、13cm、18cmの棒をそれぞれ4本ずつ用意し、割りピンも1人5個ずつ(OHPシートに固定するためのピンも含む)配布した。(図7)

この他に、提示用に4cm幅、長さ25cm、33cm、46cmの厚紙で各活動のパンタグラフと同じ形のものを作って用いた。

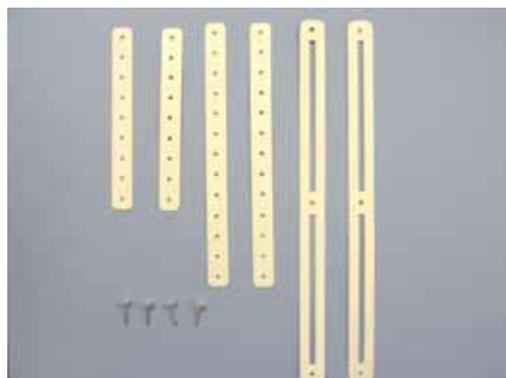


図7 パンタグラフのパーツ

6. パンタグラフを題材とした活動概要

(1)活動環境

日時：平成17年11月19日(30分×2回)

対象：国立科学博物館来館者10名(各回5名ずつ)

小1年、小2年、小2年、小4年、小4年

小4年、小5年、大人、大人、大人

準備：記録用ビデオカメラ、パンタグラフ(作図用6種類と、組み立て用パーツ)、割りピン、画用紙、OHPシート、活動資料、事後アンケート

(2)活動展開

【目標】

パンタグラフを操作することで道具に興味・関心を持ち、パンタグラフのもつ特徴や仕組みに気付く。

【ながれ】

() 道具の紹介

はじめに、パンタグラフを見せ、名前と図を描く道具であることを紹介した。パンタグラフを見たこと、名前を聞いたことがあるのは10人中2人であったため、名前を覚えてもらうために強調して伝えた。

() もとの図形の2倍拡大図を描くパンタグラフ(図1、2)

パンタグラフが固定されている画用紙を配布し、どのような図形が描けるのか予想させた。画用紙にはあらかじめ三角形を描いておき、それを原図とした。しかし、「わからない」という予想が多く出たため、提示用パンタグラフを用いて使い方を実演しながら説明し、画用紙に図を描いてもらった。このとき十分に時間を取り、きれいに図が描けているかを確認した。(図8)

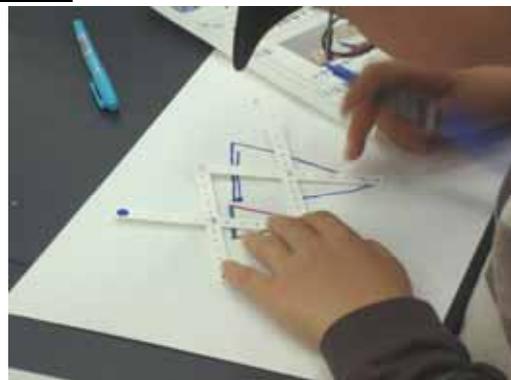


図8 2倍の拡大図を作図する様子

[対話]

指導者：どんな図形が描けたかな。

1年、小2年、小2年、小4年：大きくなった。

指導者：もとの三角形と比べるとどうかな。

小2年：また三角形。

次に描いた図形が原図の三角形と比べてどれくらい大きくなっているかを確認させた。このとき、もとの三角形の各辺と同じ長さの棒を用意し、図を描いた前・後の三角形の辺における棒の本数で比較した。2倍に拡大するパンタグラフでは、原図では各辺1本ずつに対して、拡大された図形では各辺2本ずつ置けたことにより、2倍であることが確認できた。(図9)

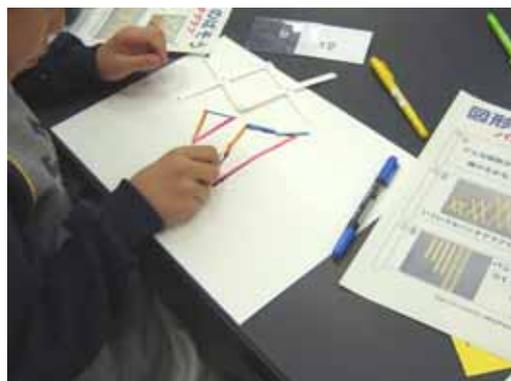


図9 棒を置いて大きさを比較する様子

[対話]

指導者：どれくらい大きくなったかな。

小1年、小2年、小4年、小5年：全部2本ずつ置けた。

小2年：2倍だ。

大人、大人：2倍に拡大されました。

() () と大きさの異なるパンタグラフで図形を2倍に拡大(図4)

() で用いたパンタグラフと形は同じで大きさの異なるパンタグラフを配布し、どのような図形が描けるのか予想させた。このパンタグラフはOHPシートに固定して置き、() () を重ねて図形を比較できるようにしておいた。このとき、隣どうしてパンタグラフの大きさが異なるように配布した。

[対話]

指導者：今度はどんな図形が描けるかな。

小4年、小4年：大きいのをを使うと大きくなりそう。

小1年：これ(小さいパンタグラフ)だと小さくなりそう。

大人：同じかもしれない。

大人：大きいパンタグラフを使うと3本置けそう。

実際に図を描いてもらい、() で描いた図形と比較してもらった。隣どうしてそれぞれの描いた図形を比較したり、() と同様に辺に棒を置いて原図との大きさを比較したりする児童もいた。

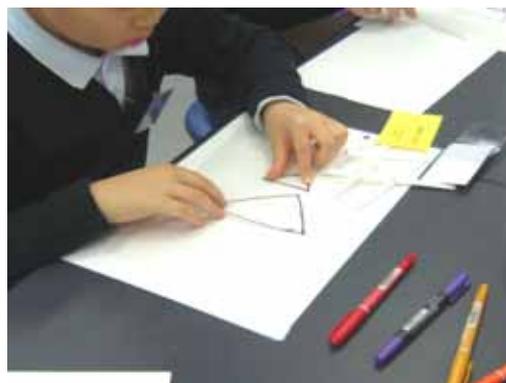


図10 画用紙とOHPシートを重ねている様子

[対話]

指導者：どんな図形が描けたかな。

2年、小4年、小5年：さっきと同じ。(図10)

小4年、小4年：大きいのも小さいのも重なる。

小2年、小5年：また2本置けた。

大人：形がさっきと同じだからまた同じになるんだよ。

小5年：そうか。(図11)

() 原図の3倍拡大図が描けるパンタグラフ
と非相似図形が描けるパンタグラフ(図5)

() ()とは形の異なるパンタグラフ3種類を1人1種類配布し、同様にどのような図形が作図できるのか予想させた。パンタグラフは()同様にOHPシートに固定しておいた。

[対話]

指導者：今度はどんな図形が描けるかな。

小4年：また同じになる。

小2年、小4年：形がちがうから三角形にならない。

次に図を描かせ、() ()や、他の形のパンタグラフで描いている人と比較させた。

[対話]

指導者：今度はどんな図形が描けたかな。

大人(3倍に拡大するパンタグラフ)：

これは(固定点、もとの三角形をなぞる点、描く点を指しながら)一直線だから三角形になったよ。今度は3本置けた。

小2年(非相似図形を描くパンタグラフ)：

さっきは2本ずつ置けたけど今度のは置けなかった。

小4年(非相似図形を描くパンタグラフ)：三角形にならなかった。

大人(非相似図形を描くパンタグラフ)：

(固定点ともとの三角形をなぞる点との距離、なぞる点と描く点との距離を指しながら)この距離がちがうから三角形にならないんだよ。さっきまでは同じだったから描けた。

小5年(非相似図形を描くパンタグラフ)：

そうか。さっきまでは(固定点、もとの三角形をなぞる点、描く点を指しながら)ここが一直線だったけど、今度のは出っ張っているから描けなかった。距離がちがう。

() パンタグラフを各自で作成(図7)

パンタグラフの仕組みについてより探求するために、パンタグラフのパーツを配布し、割りピンの位置を自由に決めさせ、パンタグラフを組み立てさせた。

[対話]

指導者：どんなパンタグラフにしたのかな。

小4年：変な形ができたんだけど、変な形が描けるかな。(図12)

小2年、小4年：こんな形でもいいのかな。

次に、組み立てたパンタグラフをOHPシートに固定して図を描かせた。

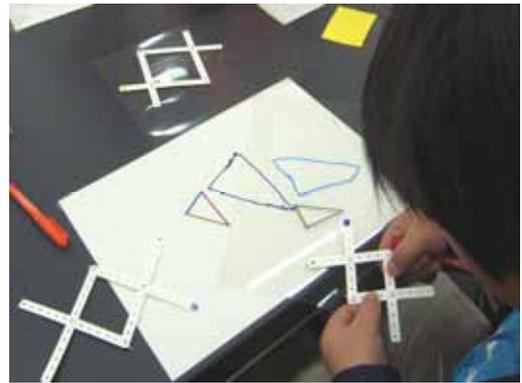


図11 仕組みを考えている様子

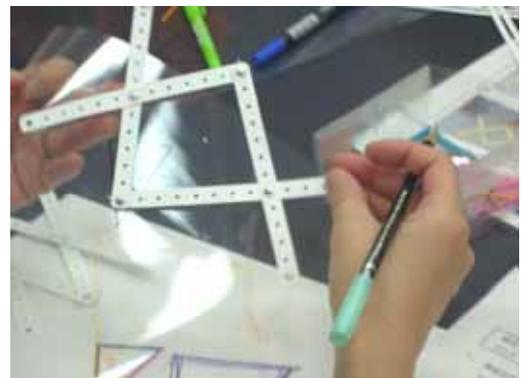


図12 が組み立てたパンタグラフ

[対話]

指導者：どんな図形が描けたのかな。

小5年：できない。

小4年：変な形にしたら三角形が描けなかった。

大人：この形じゃ三角形ができない。

大人：辺が直線にならなかった。

() まとめ

パンタグラフは、構成している腕の長さや留め具の位置によって作図できる図形が異なることを説明した。また、パンタグラフでは固定点、原図をなぞる点、作図する点の3点の位置関係が重要であることを伝えた。相似を既習している大人()、()には、相似図形が描ける理由について証明方法も説明し、活動を終えた。

7. 議論

(1) 課題1に対する議論

課題1：パンタグラフを用いた作図や、その仕組みの探求を通して、パンタグラフの持つ算数・数学における未習内容を既習内容から発展的に学習できるか。

活動では1つ1つの内容に対して、それぞれの未習内容を知り、既習内容とどのように関係付けて考えているかを確認するため、観察、予想、操作、考察のながれを重視して行った。活動()において原図を2倍に拡大するパンタグラフを用いたとき、それぞれの持っている知識の違いから、描いた図形について「大きくなった」「三角形」「2倍」「拡大」といった異なる表現をしている。また、この活動で気付けた仕組みから、活動()で()と大きさの異なるパンタグラフを見たとき、小1年、小4年、小4年、大人は描ける図形がパンタグラフの大きさによると予想している。しかし実際に描いてみると、描ける図形がパンタグラフの大きさによらないことに気付き驚いている様子がみられた。小4年はどんなパンタグラフも同じであると考えたことから、活動()で形の異なるパンタグラフを見たときも同じ図形が描けると予想していたが、実際に描いて確かめると自分の予想が間違っていることに気付くことができた。活動によって得た知識を使って次の活動の予想をし、自ら操作することで新たな知識を得て、自分の持っていた知識を見直すことによって知識を発展させ、パンタグラフの仕組みについて理解を深めていることがわかる。

また、児童・大人によって持っている知識が異なるため、注目した特徴や気付けた仕組みも同じではなかった。多くの児童はパンタグラフの大きさや形に注目しており、なぜ描ける図形が変わるのか考えていた。これは、図形そのものの大きさや形についての知識は多いが、図形を描くことについての知識は少なく、注目しがたかったからではないかと考えられる。小5年はパンタグラフの仕組みについて、はじめは他の児童と同様にパンタグラフの大きさや形によって描ける図形が変わることに気付いただけであったが、大人(の保護者)の「(固定点と原図の三角形をなぞる点との距離、なぞる点と描く点との距離を指しながら)この距離がちがうから三角形にならないんだよ。さっきまでのは同じだったから描けた。」という発言を受けて、「そうか。さっきまでのは(固定

点、原図の三角形をなぞる点、描く点を指しながら)ここが一直線だったけど、今度のは出っ張っているから描けなかった。距離がちがう。」と発言し、今まで注目していた特徴に、3点(固定点、原図の三角形をなぞる点、作図する点)の関係という特徴について考えるようになった。

上記のことは、事後アンケートからも、上記の対話をうけて 小1年、小2年、大人も 小5年、大人と同様にこの3点に注目することができたことが読み取れる。このことから、同じ教材を用いることで、既習内容の多い者の意見から新しい視点に気付く機会を与えることができたといえる。

事後アンケート

『パンタグラフについてわかったこと』に対する回答をそのまま抜粋

小1年：一ちよくせんにならないときれいにならないとおもった。

小2年：下のところがあわさっていないとおんなじ形が書けない。

小2年：かたちがおかしいときれいにつけない。

小4年：大きさがちがうとできるさんかくけいがかちがった。

小4年：長さが同じじゃないと同じ形は作れない。

小4年：形を変えると、三角形にならなくなった。

小5年：とめる位置をかえるといろいろな形になることがわかりました。

大人：相似図形の簡単な書き方がわかりました。

大人：均等の幅のパンタグラフは等倍の三角形がかけた。不均等の幅のパンタグラフからは三角形ができなかった。

大人：3点(固定点、もとの三角形をなぞる点、描く点)の長さが同じじゃないと同じ図形が書けない。

さらにこの事後アンケートから、小1年、小2年は未習である「直線」について発展的に学ぶことができ、小5年は未習である「比」について学ぶきっかけを作ることができたといえる。また、大人(、)においても事後アンケートから、作図や相似について初めて知ったこともあり、今まで持っていた知識を発展させ、理解できたことがうかがえる。

先行研究では、石川(2004)、田中(2004)が同じ年齢を対象に授業を行った結果、既習内容から発展的に学習することができたことが確認されているが、本研究の博物館での活動においても、個々の年齢や既習内容に応じて発展的に学習することができたことがわかった。

以上より、道具の仕組みについて予想を立て、実際に操作をし、その結果から新たな知識を得ることによって、パンタグラフの持つ算数・数学における各自の未習内容について自ら考え、探求することができ、既習内容から発展的に学習できたことがわかり、本研究の活動実践において課題1は達成されたといえる。

(2)課題2に対する議論

課題2：パンタグラフを用いた算数・数学的活動を通して、算数・数学に対する興味・関心を喚起することができるか。

事後アンケート

『パンタグラフについて不思議だと思ったこと』に対する回答をそのまま抜粋

小2年：大きさがちがくてもおなじかたちを書けるのでどうしてだろうと思いました。

小4年：いろんな三角形がかんたんにできた。

小4年：三角形を使わないのに大きい三角形がかけるのにおどろいた。

小5年：なぜとめる位置によって書ける形が変わるのかをよくしりたいです。

大人：長さやピンの位置でおもしろい図形がかけました。

大人：いびつなパンタグラフでは図形が湾曲するのは驚いた!!

事後アンケートでは、小2年、小5年の記述から、パンタグラフの操作を通して、その仕組みについてより深く知りたいという探究心が湧いていることがわかる。このことから、本研究の活動によってパンタグラフの持つ算数・数学について学ぶきっかけを作れたことがうかがえる。また、小4年、小4年、大人、大人の記述からは、図形に対する興味・関心や、作図に対する驚きと喜びが読み取れる。パンタグラフを自ら操作して、その仕組みを自ら発見した喜びから、算数・数学の内容を学習することに対して、楽しさを感じられたことがわかる。

活動では、「算数好きだよ。」「楽しかった。」「うまくできた。」「不思議でした。」といった感想を聞くこともできた。石川(2004)、田中(2004)の先行研究において、道具を用いることで算数・数学への興味・関心を喚起することができることが確認されているが、本研究の活動では、学習指導要領に基づいて授業を行っている学校ではなく、自由に学べる博物館での活動であったため、参加した児童もパンタグラフで個々の興味・関心から学習できたといえる。

これらのことから、既習内容は異なっても、同じ教材によって楽しく学ぶことができ、体験を通して、算数・数学に対する興味・関心が喚起できたと考えられ、本研究の活動実践において課題2は達成されたといえる。

以上(1)(2)より、既習内容の異なる対象に同じ教材を用いることで、各自の未習内容を既習内容からの発展的内容として学習するとともに、算数・数学的活動を通して算数・数学に対する興味・関心を喚起するという本研究の目的が達成されたといえる。

8. おわりに

本研究ではパンタグラフを題材として取り上げ、既習内容の異なる対象に同じ教材を用いて活動を実践した。その結果、パンタグラフの操作や仕組みの探求をすることで、自ら学び、自ら考え、自ら探求する自主な学習により、パンタグラフの持つ算数・数学の未習内容を既習内容からの発展的内容として学習できたことが確認できた。また、体験を通して学習することで、算数・数学に対する興味・関心を喚起することができた。

事後アンケートでは、パンタグラフの仕組みについて「三角形の描きかたがわかった」「2倍になることがわかった」「相似だと理解できた」とあり、自分にとって未習である内容を、自分の持っている知識と関係付けて発展的に学習し、理解できたことから、本研究で扱った教材が有効であることがわかった。しかし、年齢の低い児童には厚紙製のパンタグラフが扱いにくく、うまく描けずにいたため、道具の扱い方に改良の余地が

ある。

本研究の活動実践は国立科学博物館にて年齢・学年に制限を設けず様々な年齢を対象として行うことを想定して集客して行った。その結果、自分よりも既習内容の多い他者の意見を受けて新たな視点から考えられ、内容の理解を促すことができた。また、学習する内容が決められてなく自分が学びたいことについて学べる博物館で活動実践を行うことによって、学習指導要領に則って授業が行われる学校での学習内容との関係性に気付かせることができた。しかし実際には、小学生とその保護者だけの参加であったため、より多くの年齢・学年の異なる対象についても考察することが今後の課題である。

謝辞

本研究の活動実施に際して、国立科学博物館小川義和先生、亀井修先生をはじめとする諸先生方、ボランティアの方々には、多大なるご協力と共に、大変貴重なご助言・ご指導をいただきました。厚く御礼申し上げます。

注

本研究は、日本学術振興会科学研究費基礎研究 B(2) 課題番号 17300243「科学博物館等における数学展示・実験教具とその実践手法の開発研究」(研究代表者磯田正美)による研究の一環として行われた。

引用・参考文献

- 文部省(1999). 小学校学習指導要領解説:算数編. 東洋出版社.
- 文部省(1999). 中学校学習指導要領(平成 10 年 12 月)解説:数学編. 大阪書籍.
- 文部省(1999). 高等学校学習指導要領解説:数学編. 実教出版社.
- 文部科学省(2002). 個に応じた指導に関する指導資料 発展的な学習や補充的な学習の推進 : 中学校数学編. 教育出版社.
- 磯田正美(2004). 道具による普段と違う数学体験・数学学習の価値を考える. *数学教育*, 45 巻 7, pp.4-9.
- 川野邊一晃(2003). 数学的活動を活かした図形指導に関する研究 対称図形作図器(LEGO)を利用した発展的な学習を通して . *中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(10)*, 筑波大学数学教育学研究室, pp.220-252.
- 小川義和・下條隆嗣(2004). 科学系博物館の学習資源と学習活動における児童の態度変容との関係性. *科学教育研究*, 28-3, pp.158-165.
- 小川義和・下條隆嗣(2003). 科学系博物館の単発的な学習活動の特性 国立科学博物館の学校団体利用を事例として . *科学教育研究*, 27-1, pp.42-49.
- 田中真樹子(2004). リンク機構を題材とした、数学的活動を高める授業の研究 プラジオグラフをもちいた、図形の回転移動の学習 . *中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)*, 筑波大学数学教育学研究室, pp.166-176.
- 小関勝則(1998). 4 節リンク機構における曲線の探求 LEGO dacta と作図ツールを用いた他教科との関連教材 . *中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(5)*, 筑波大学数学教育学研究室, pp.212-218.

- 石川智史(2004).機構を題材とした授業実践に関する一考察 楕円・双曲線の作図を通して .*中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)*,筑波大学数学教育学研究室, pp.151-165.
レゴのページ .*筑波大学数学教育研究室*.
<http://130.158.286.11/mathedu/forAll/kikou/lego/lego.html>
- 杉田慶也(2004).パンタグラフで学習する相似な図形.*数学教育*,45 巻 7,p p.62-68.
- 磯田正美(2000).道具が媒介する図形における「観察・操作・実験」型探求の楽しさ.*教育科学数学教育*,No.510,pp.9-13.
- 磯田正美(2001).異文化体験から見た数学の文化的視野の覚醒に関する一考察 隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて .*筑波数学教育研究*,20,pp.39-48.
- 磯田正美(2002).解釈学からみた数学的活動論の展開 人間の営みを構想する数学教育学へのパー
スペクティブ .*筑波数学教育研究*,21,pp.157-174.
- 磯田正美・原田耕平(2003).絵をみてできる数学実験.講談社.
- 広井徳文・北島茂樹・坂本正彦(2000).回転作図器の授業におけるレゴの効果に関する一考察 LEGO
dacta を利用した平面図形の探究活動 .*中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(7)*,
筑波大学数学教育学研究室, pp.89-100.
- 小島泰一・北島茂樹・坂本正彦(2000).線対称作図器の授業におけるレゴの効果に関する一考察
LEGO dacta を利用した平面図形の探究活動 .*中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する
研究(7)*,筑波大学数学教育学研究室, pp.101-108.