授業資料３時間目

授業資料

作図法と地図の数学

REGISTRO

† A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T.

Tutti sono duerni, eccetto † che è terno.

IN ROMA,

Per Francesco Zannetti. M D LXXXIII.

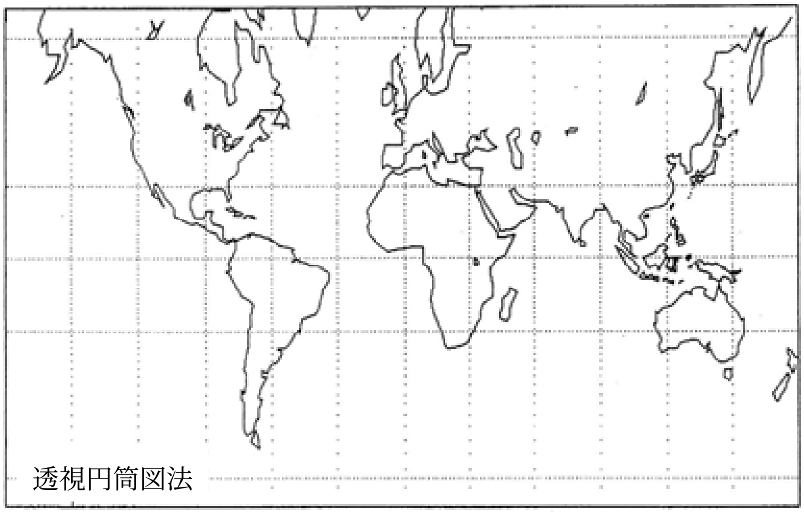
栃木県立佐野高等学校　２年　４組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

授業者： 筑波大学大学院修士課程 教育研究科数学教育コース　野沢和弘

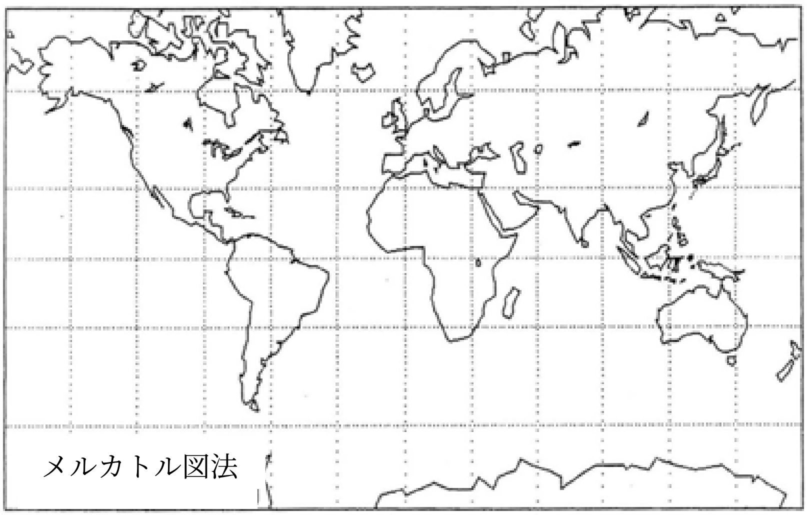
前時までの復習

- 球状の地球を全ての性質を満たして，平面に描くことができない。そのため，使用する目的に応じて，いくつかの性質を満たすように描いている。
- 円筒図法で，舟形の点から地図の点に移す場合に，経線方向に$\dfrac{1}{\cos^2\theta}$倍で伸ばされている。

今日勉強すること



透視円筒図法



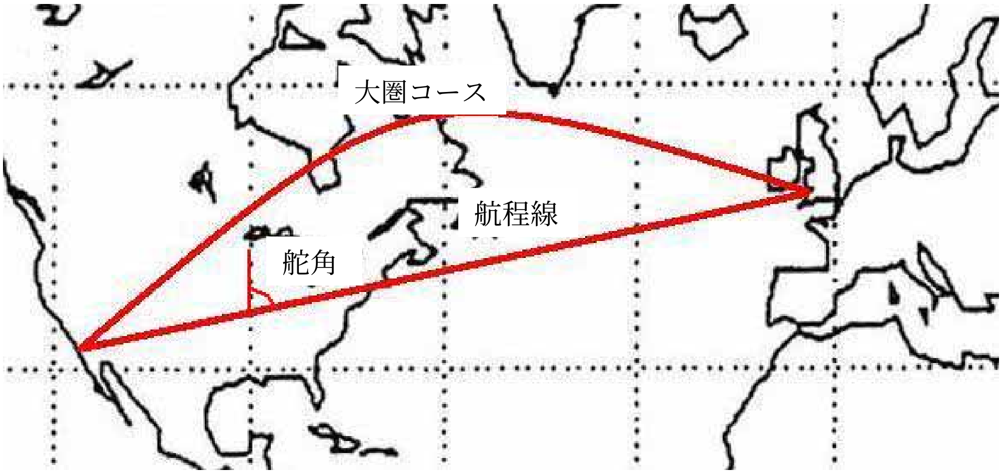
メルカトル図法

この二つの図法による地図は，どう違うかを数学的に考えていきます。

メルカトル図法

長所
- 赤道付近のひずみが小さい。
- 正角図法である。(等角性をもつ。)

短所
- 高緯度地方は極端に拡大され、極を表すことはできない。



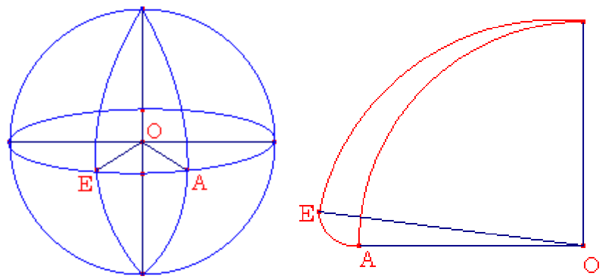
航程線 (等角航路)	経線と常に一定の角度で交差しながら, 進んでいくコース。
舵角	経線となす角度。
大圏コース	最短距離の道筋。地球が丸いことによる影響。

ゲルハルド･メルカトル (1512～1594)
- ベルギー出身の地理学者
- 1568 年「メルカトルの世界地図」を製作・発表した。
- 世界地図帳『アトラス』出版（1602）（１０７葉の地図を収容）
- 生きていた時代は、大航海時代の末期。

メルカトル図法を描いた背景

　時代の要請に適応した地図が乏しいことを痛感したため、その当時、出回っていたプトレマイオスの地図に変わる新しい地図の必要性を認めたため。

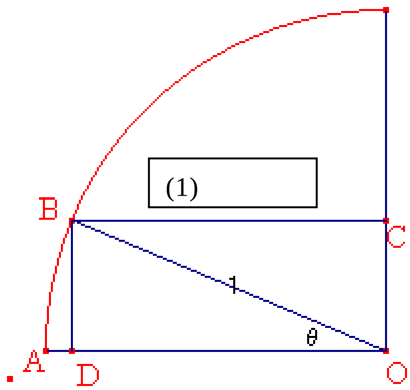
① 地球 (球) を切り取る。



② 切り取った地球を，側面 (辺 AO の側) から見る。

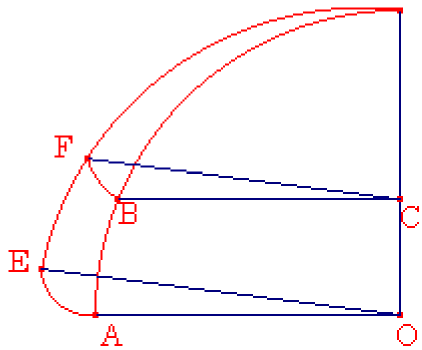
球の半径を１とする。
辺 BC と辺 AO が平行となるようにとる。

$\angle AOB = \theta$
すると　$AO = 1$ ，$DO =$ 【(1)　　　　　】
また
　　$DO = \mathrm{BC} =$ 【(1)　　　　　】



③　①の切断図に直してみる。

$AB = EF$ とし，辺 EO から
見た側面も②と同様に考える。
$OE = 1$ ，$CF =$ 【(1)　　　　　】



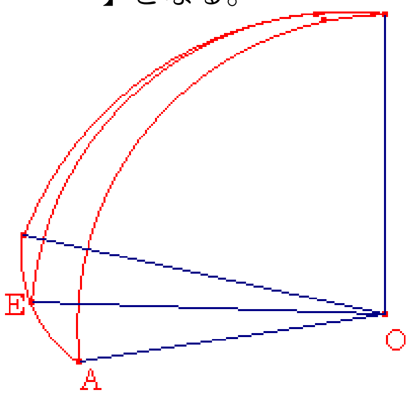
よって，　$\angle AOE = \angle BCF$
扇形ＡＯＥ ∽ 扇形ＢＣＦであることは明らか。

扇形ＡＯＥと扇形ＢＣＦの相似比は，【(2)　　　　　】：【(3)　　　　　】である。

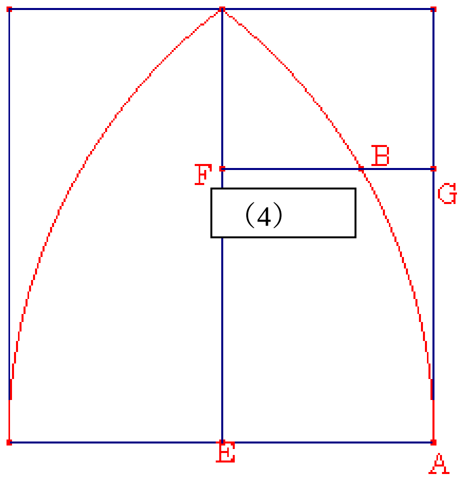
よって，$AE : BF =$ 【(2)　　　　　】：【(3)　　　　　】である。

ここで，$AE = p$ とすると，$BF =$【(4)　　　　】となる。

④ 切断図を点 E から，見る。



今までと同じ切断した地球を
横に取り付ける。
点 E のから眺めると，
右下図のような舟形に見ることが出来る。



地図化する際には，
その舟形の先のとがった部分を
伸ばし，長方形する必要があるため，
長方形に伸ばしてみる。

$AE : BF = p :$【(4)　　　　】

また，
$AE =$ 【(5)　　　　】
ゆえに，

【(5)　　　　】 $= p$， $BF =$ 【(4)　　　　】

ここで，地図化によって，辺 BF を 辺【(5)　　　　】へと伸ばしている。

BF ：【(5)　　　　】＝ 【(4)　　　　】 ： p

＝ 1 ： 【(6)　　　　】

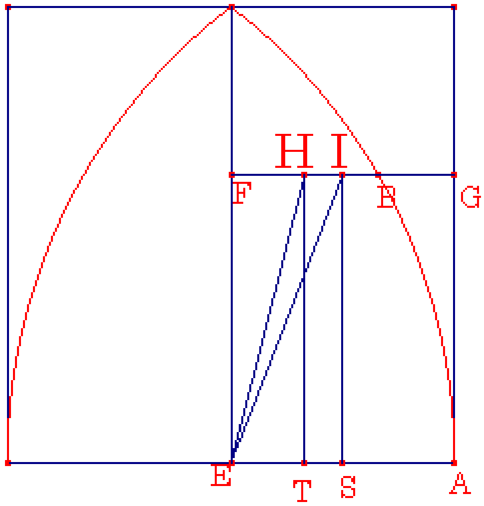
つまり，【(6)　　　　】倍で，緯線方向に伸ばしていることになる。

透視円錐図法もこのようにして，緯線方向に【(6)　　　　】倍している。

舟形を長方形に直して，メルカトル図法は，完成なのだろうか？

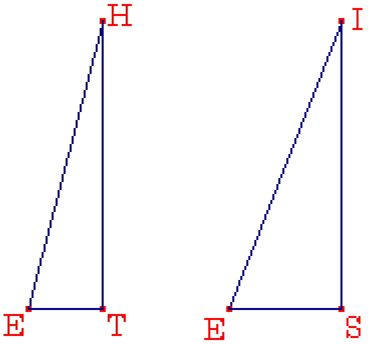
⑤ 舟形上の点の移動

舟形の線分 BF の中点を取り，
その点を H とする。
また，舟形を長方形に引き伸ばした
地図における線分 GF の中点を I とする。
この点 H と点 I は，対応していて，
地図化によって，点 H は点 I に
移動されるはずである。
点 T，点 S は，それぞれ点 H から辺 AE に，
点 I から辺 AE に，垂直に降ろした点である。

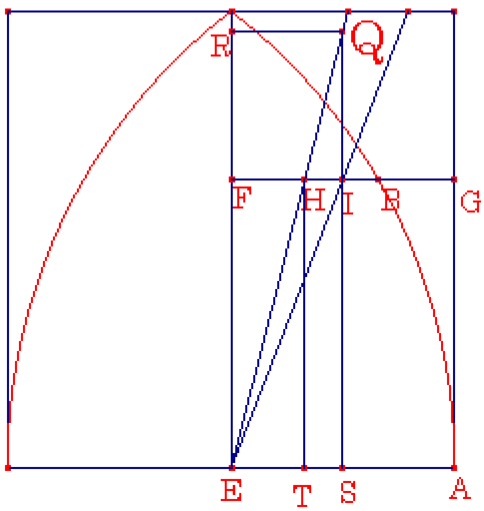


右上の図で，作られた三角形を取り出してみよう。

この２角は，
$\angle HET \neq \angle IES$　となる。
これは，メルカトル図法の角度が保たれるという性質に反する。



そこで，角度を保つように，
線分 EH の延長線上にあり，
点 I を通る直線との$\boxed{\text{交点Q}}$に
移してみよう。



すると，
$\angle HET = \angle QES$　となる。
よって，角度は等しくなった。
このようにして，メルカトル図法は，
改良を加えられている。

⑥ 経線 SQ について考えてみよう。（縦の伸び，$SI：SQ$を考える。）

$\triangle HET \backsim \triangle QES$ となる。

$\triangle$HET と $\triangle$QES の相似比は、1　：【(7)　　　　】

TH = S I

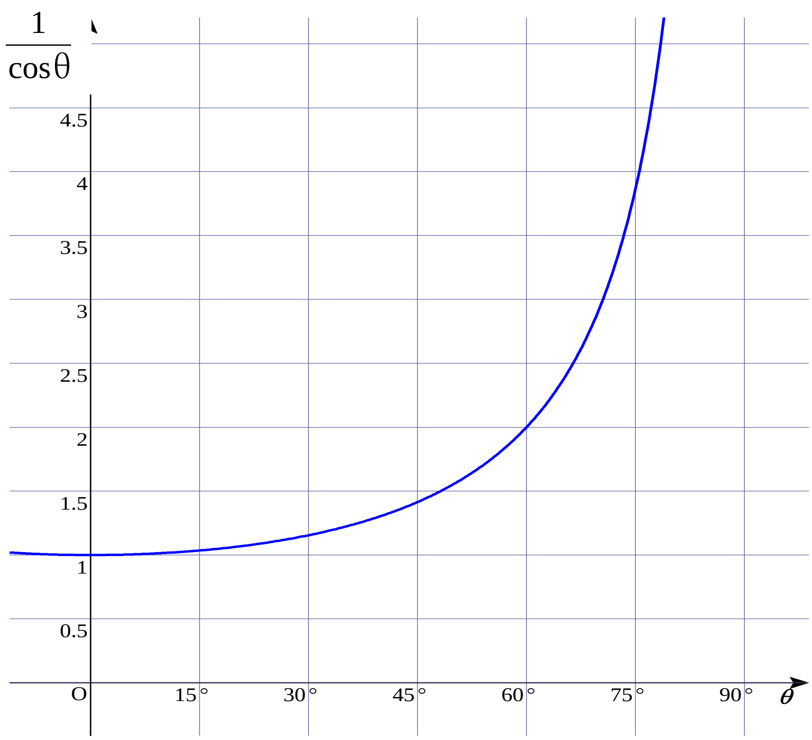
TH ： S Q ＝S I ： S Q ＝　1　：【(7)　　　　】

つまり，経線方向に【(7)　　　　】倍で，伸ばしていることになる。

⑦ メルカトル図法の縮尺

以上から，舟形の点からメルカトル地図上の点へと

緯線方向および経線方向に，$\dfrac{1}{\cos\theta}$倍される。



90 ° 付近になると，大きな拡大倍率になるため，

地図化する際には，80° 付近までしか使わない。

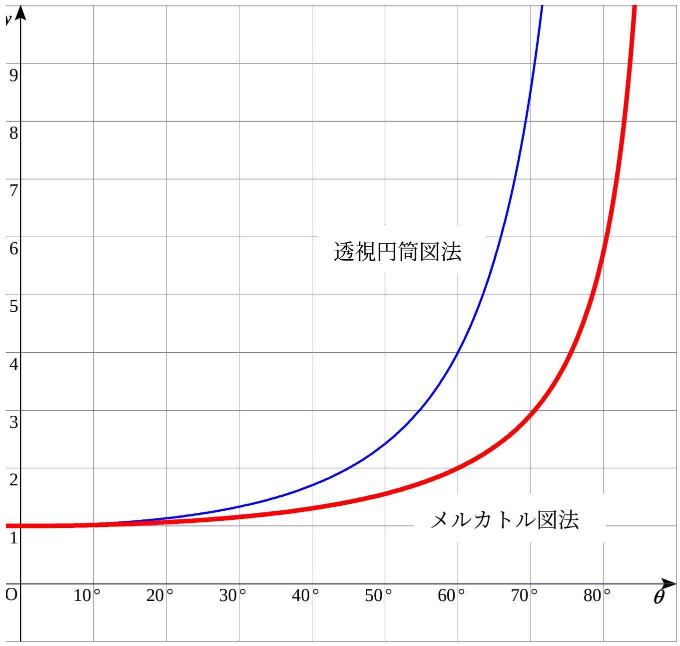
透視円筒図法とメルカトル図法の違い
（舟形の点から，地図上の点への経線方向と緯線方向の拡大倍率）
透視円筒図法

緯線【　　　　　　】倍　　　経線【　　　　　　】倍

メルカトル図法

緯線　$\dfrac{1}{\cos\theta}$ 倍　　　経線　$\dfrac{1}{\cos\theta}$ 倍

メルカトル図法に比べ，
透視円筒図法の方が，
高緯度になるに従い，
拡大されることがわかる。



本時のまとめ

- メルカトル図法の地図と透視円筒図法の地図は、【　　　】に、異なる。その違いは，舟形から地図にした際 に，【　　　】の縮尺が異なることである。
- メルカトル図法の地図は，【　　　】を保つため，経線と緯線の歪みを，同程度に調整している。
- メルカトル図法の地図上の点は，舟形の点を緯線方向及び経線方向に，【　　　】 倍している。