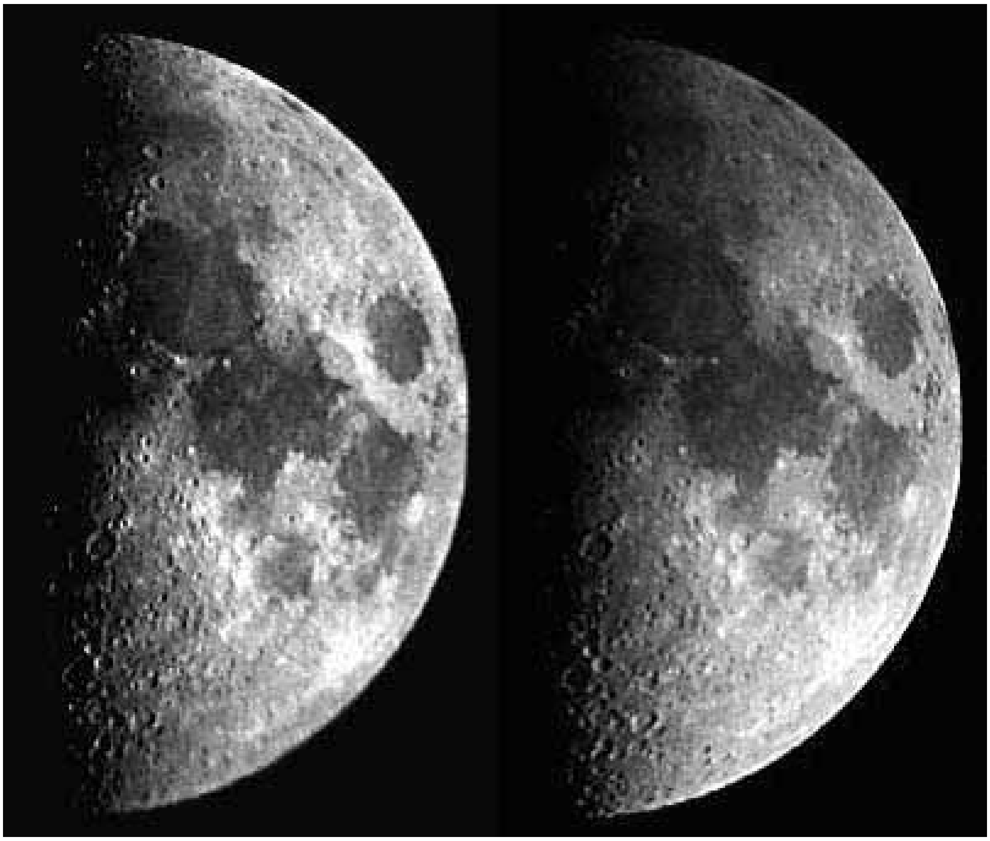
配布資料

古代の宇宙観

地球の大きさ・宇宙の大きさ



年　　組　　氏名

授業者：筑波大学大学院教育研究科

松崎大輔

＊前回の復習

・中国の宇宙観：

第一次蓋天説・・・地球の平面と太陽は平面的に平行

・ギリシアの宇宙観：

天動説・・・地球が太陽の中心（プトレマイオスの『アルマゲスト』より）

今日は古代ギリシアの宇宙観を基にアリスタルコスという人物がどのような考えをしたのか見ていくことにしましょう。

２－2、アリスタルコス

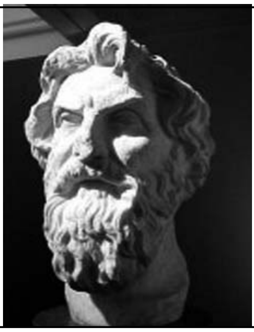
人物紹介１

アリスタルコス

・BC310 頃から BC230 頃まで生きた人物。

・古代ギリシアの数学者、天文学者、科学者。

・著書は『太陽と月の大きさと距離について』



この本の中で、主張（１）（２）（３）を導いた。

主張

（１）地球から太陽までの距離は、地球から月までの距離の 18 倍より大きく 20 倍より小さい。

（２）太陽の直径と月の直径との比は、それぞれの地球からの距離の比と同じである。

（３）太陽の直径と地球の直径の比は、19：3 より大きいが 43：6 よりは小さい。

今回は、この中の（１）

「地球から太陽までの距離は、地球から月までの距離の 18 倍より大きく 20 倍より小さいこと」

についてのみ、原典を解釈しつつ考えてみることにしましょう。

まずは、（１）を導くために原典の中で仮定されたことを読み取ろう。

原典（アリスタルコス『太陽と月の大きさと距離について』）

太陽と月の大きさと距離について

仮　定

一　月は太陽からその光を受けている。

二　地球は月の天球層[1]に対して、点であり中心であるという関係にある。

三　月が半月に見えるときには、月の暗い部分と明るい部分を区分する大円は、われわれの眼の方向に向かっている（大円と眼の位置は同一平面上にある）。

四　月が半月に見えるときには、月は太陽から四分円の三〇分の一だけ、四分円よりも小さな角をなして離れている（1図）。

1、　月は動きが早いため（周期が短い）天球に張り付いているようには見えない。古代の人々は、これらに対して、天球とは別に、天球より小さい球を考えた。この月の球を「月の天球層」と呼んでいる。

問、仮定三は、地球、月、太陽を３点として作る三角形のどこかの角に関する条件を示しているよ。

作者はどこの角がどうなると言っているかな？

（大円：球を切断してできる円で最も大きい円。球の中心と大円の中心は同じ）

∠☐、☐、☐ が ☐ ．

問、仮定四も地球、月、太陽を３点として作る三角形のどこかの角に関する条件です。作者はどこの角がどうなると言っているかな？

（四分円：円の $\frac{1}{4}$ ⇒ 四分円の作る中心角は☐ ）

（四分円の $\frac{1}{30}$ の作る中心角は、☐)

∠☐、☐、☐ が ☐ ．

問、なぜ角度についての仮定なのに度数で表していないのだろうか？

これらの仮定を用いて、実際にどのように証明したのかについて原典を読み取ろう。

原典（アリスタルコス『太陽と月の大きさと距離について』）

証明　Aを太陽の中心とし、Bを地球の中心とし、ABを結んで延長するとしよう。そして、Cを半月のときの月の中心とし、[1]ABとCを通って一つの平面を延長し、その平面が、太陽の中心がそれに従って運動するところの当の球に、切断面として大円ADEをつくるとしよう。そして、AC、CBをそれぞれ結び、BCをDへ延長するとしよう。

すると、点Cは半月のときの月の中心であるから、角ACBは直角になるであろう。

BからBAに直角にBEを引くとしよう。すると、[2]弧EDは弧EDAの三〇分の一である。なぜなら、仮定（仮定四）により、月が半月に見えるときには、月は太陽から四分円の三〇分の一だけ、四分円よりも小さな角をなして離れているからである。したがって、角EBCもまた、直角の三〇分の一ということになる。

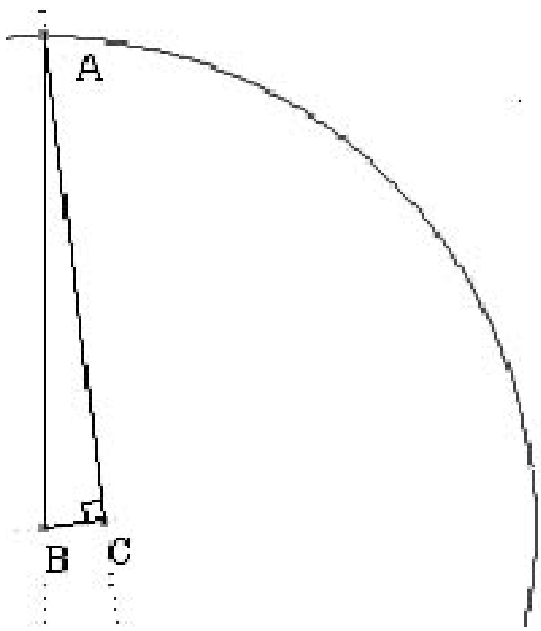
そこで、平行四辺形AE（ABEF）を完成し、BFを結ぶとしよう。

すると、角FBEは直角の半分になるであろう。

角FBEを、直線BGで二等分するとしよう。すると、[3]角GBEは直角の四分の一ということになる。

問、まずは、原点を解釈しつつ、下の図を完成させていこう。

点D、E、F、Gの場所はどこになるかな？



1、「AB と、点 C を通る平面」と、「天球」の切り口（円）を考えて、その円が大円 ADE です。この円を太陽が通るとしています。つまり右ページの図の円が大円 ADE の一部分。よって、この円上に D,E があるんだね。D,E はどこだろう？

2、**問、**アリスタルコスは弧 ED が弧 EDA の$\frac{1}{30}$となる理由をどのように説明しているだろうか？

3、**問、** ∠GBE を角度で表すと？

∠GBE=$\boxed{\quad\quad}$.

<u>求めたい結論は</u>

$\boxed{AB>18BC}$

<u>だよね。左のページで作った図を用いて、この結論を導いていこう。</u>

ところが、角DBEがまた、直角の三〇分の一である。したがって、[4]∠GBE：∠DBE のなす比は 15：2 の比である。というのは、直角が六〇の等しい部分からなるとすると、角GBEは一五のそうした部分からなり、他方、角DBEは二つのそうした部分からなるからである。

そして[5]直線GE：EH>∠GBE：∠DBE であるから、したがって、[6]直線GE：EH>15：2.

さらにまた、BEはEFと等しく、また、Eのところの角は直角であるから、[7]FBを辺とする正方形はBEを辺とする正方形の二倍である。ところが、[8]FGを辺とする正方形：GEを辺とする正方形＝FBを辺とする正方形：BEを辺とする正方形 であるから、したがって、[9]FGを一辺とする正方形はGEを一辺とする正方形の二倍である。

4、なぜこのようになるか考えてみよう。

（∠GBE と、∠DBE はそれぞれ直角の何分の何になるか、もしくは何度になるかをまず考えると分かるよ。）

∠GBE：∠DBE＝ 15：2

5、$\boxed{A:B>C:D \text{ は、} \frac{A}{B}>\frac{C}{D}}$ ・・・★

ということを示している古代の表現。

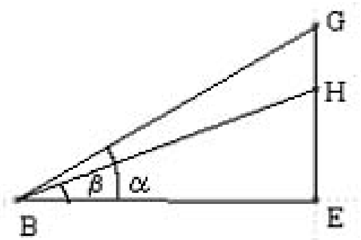
⇒古代には分数表現はなかったのかも知れないね。

また、線５で書かれている不等式、

0°<β< α<90°のとき、

GE：EH＞∠α：∠β

つまり、 $\dfrac{GE}{EH} > \dfrac{\angle\alpha}{\angle\beta} = \dfrac{\angle GBE}{\angle HBE}$



は、一般的定理として用いられていた。私たちも認めることにしよう。

6、GE：EH>15：2 を★を用いて書き直すと、 $\dfrac{GE}{EH} > \dfrac{15}{2}$ ・・・①

7、書き直すと、 $\dfrac{\qquad\text{を辺とする正方形}}{\qquad\text{を辺とする正方形}}=2$ ・・・②

面積ととらえると、 $\dfrac{FB^2}{BH^2} = 2$

問、なぜこのようになるのかな？

（三角形 BEF はどういう三角形かを考えてみよう？）

・三角形 BEF は、　　　：　　　：　　　の三角形だから。

8、★を用いて書き直すと、

$\dfrac{\qquad\text{を辺とする正方形}}{\qquad\text{を辺とする正方形}} = \dfrac{\qquad\text{を辺とする正方形}}{\qquad\text{を辺とする正方形}}$ ・・・③

問、どうしてこのようなことがいえるのかな?

9、②、③をまとめると、

$\dfrac{\qquad\text{を辺とする正方形}}{\qquad\text{を辺とする正方形}}=2$ ・・・④

ところで、49＜2×25であるから、したがって[10]線分FGを辺とする正方形：GEを辺とする正方形＞49：25となり、だからまた、[11]線分FG：GE＞7：5となる。したがって、[12]合比の理により、線分FE：EG＞12：5となり、つまり、線分FE：EG＞36：15.

ところが、線分GE：EH＞15：2も証明されたのであるから、したがって、[13]等比の理によって、線分FE：EH＞36：2、すなわち、線分FE：EH＞18：1. したがって、FEはEHの一八倍よりも大きいのである。

ところが、[14]FEはBEに等しい。したがって、BEもまた、EHの一八倍より大きい。したがって、[15]BHは（BEよりも大きいから）、なおさら、HEの一八倍よりも大きい。ところが[16]三角形の相似（すなわち、△BHE∽△ABC）により、線分AB：BC＝BH：HE. したがって、ABもまた、BCの一八倍よりも大きいことになる。

１０、★を用いて書き直してみると？（④に$2>\frac{49}{25}$を利用して）

１１、★を用いて書き直してみると？

問、これはなぜだろう？

１２、合比の理とは、右のようなこと　$FE:GE=(FG+GE):GE$

つまり、$\dfrac{FE}{GE}=\dfrac{FG+GE}{GE}$

問、これをふまえて、$FE:EG>36:15$　となるのはなぜか考えよう。

$\dfrac{FE}{GE}=$　　　　　　　　　　　　　　　　　　$=\dfrac{36}{15}$

・・・⑤

１３、等比の理とは右のようなこと　$FE:HE=(FE\times EG:EG\times HE)$

つまり、$\dfrac{FE}{HE}=\dfrac{FE}{GE}\times\dfrac{GE}{HE}$

問、これをふまえて、$FE:HE>18:1$　となるのはなぜか考えよう。

①（ｐ9　$\dfrac{GE}{EH}>\dfrac{15}{2}$　）、⑤を使おう。

$\dfrac{FE}{HE}=$　　　　　　　　　　　　　　　　　　$=\dfrac{18}{1}$

14、$BH>BE$ より、

15、$FE=BE$ より、

16、$\Delta ABC\backsim\Delta BHE$ より、

２０倍より小さいことの証明は授業では扱わないが、興味のある人はぜひ自主的に原典を解釈して見てください。

原典（アリスタルコス『太陽と月の大きさと距離について』）

＊二十倍より小さいことの証明＊

　というのは、Ｄを通ってＥＢに平行にＤＫを引くとし、そして、三角形ＤＫＢの回りに円ＤＫＢを描くとしよう（三角形ＤＫＢの内接する円を描くとしよう）。すると、Ｋのところの角は直角であるから、ＤＢがその円の直径になるであろう。

　そして、（正）六角形の辺ＢＬを、（この円に）はめこむとしよう。

　そして、角ＤＢＥは直角の三〇分の一であるから、角ＢＤＫもまた、直角の三〇分の一であり、したがって、弧ＢＫは円全体の六〇分の一である。ところが、弧ＢＬはまた、円全体の六分の一である。したがって、弧ＢＬは弧ＢＫの一〇倍ということになる。そしてまた、弧ＢＬ：弧ＢＫ＞直線ＢＬ：ＢＫ である。したがって、直線ＢＬは直線ＢＫの一〇倍よりも小さい。そして、ＢＤはＢＬの二倍である。したがって、ＢＤはＢＫの二〇倍よりは小さい。

　ところが、直線ＡＢ：ＢＣ＝ＢＤ：ＢＫ。したがって、ＡＢもまた、ＢＣの二〇倍よりは小さい。

アリスタルコスについてのまとめ

実際に 3°、87°、90°の三角形を、分度器を使って描いてみよう。

注意：実際は 89°50`なので、地球と月の距離と比べ、もっと遠くにあったことが分かる。

天球が存在すると考えていた古代人にとって、
アリスタルコスの考えた『地球と太陽の距離』は、
（　　　　　　　　）の半径 であった。

アリスタルコスはこの著書の中では述べられていないが、**地動説**を最初に唱えた人物であった。彼以降コペルニクスにいたるまで 1800 年もの間誰も**地動説**を強く主張するものは現れなかった。

（「惑星の中心は地球ではなく太陽であり、惑星はすべて、地球の周りではなく太陽のまわりを回っている。」）

昨日述べたように、古代ギリシアでは**天動説**が正しいと信じられていた。**地動説**が正しいと考えたアリスタルコスも、当時の人々（**天動説**を信じていた人々）を納得させるために地球を中心にした図（**天動説**的な図）を用いて証明したのかもね。（先ほど書いた図）

問、当時と現在の違いについて考えてみよう。