

道具と数学史を用いた授業研究

日本の測量における六分儀を用いた三角比の学習

筑波大学大学院修士課程教育研究科
今居 利彦

章構成

要約

1. はじめに
2. 研究目的・研究方法
3. 『六分圓器量地手引草』の教材化
4. 『六分圓器量地手引草』の数学的解説
5. 『六分圓器量地手引草』を題材とした授業
概要
6. 議論
7. おわりに

本研究では、数学学習において文化的価値を備えた道具と数学史の原典解釈を取り入れた授業によって、生徒が数学を学ぶことの楽しさを知ることを目的に考察を行った。六分儀及び『六分圓器量地手引草』を題材とした授業によって、生徒は三角比を測量に使うことができるということを知った。また、それによって数学を身近に感じ、数学への興味・関心を高め、数学を学ぶことの楽しさを知ることが確認された。

キーワード：数学史，数学的活動，六分儀，測量，三角比

1. はじめに

平成 13 年度教育課程実施状況調査「質問紙調査集計結果(その 4)」生徒質問紙 設問 1(7),p.9 によると、「数学の勉強をすれば、普段の生活や社会に出て役立つか」という質問に対して、学年進行とともに、肯定的な反応が少なくなるという傾向がみられる。これに対し、根本(2004,p418)は、「学年が進むにつれて、数学の学習が役に立たないと思う生徒が増えてくるというこの傾向については、学年が進むにつれて数学の学習内容の抽象度が高くなり、現実の生活から少しずつ離れることがあるので必然的な状況とも考えられるが、このような実態を直視し、実生活との関連を図ったり、数式の内容と図形の内容とを関連付けたりして、考えを進めることができるような指導の工夫をすることが必要である。」と述べている。また根本(1999,p23)は、「数学科の基本方針では「実生活における様々な事象との関連を考慮」することの必要性が強調されている。数学科でも、学習したこと(思考の方法や数学的に考える力を含めて)が、生活の中で役に立っていることが生徒に分かるようにすることが大切である。」とも述べている。そこで、本研究では、現実世界の中で数学の実用性を感じられ、数学を学ぶことの楽しさを知ることができることを主題として挙げる。

今回の研究においては、数学史の原典解釈(現代語訳への翻訳も含める)と文化的価値を備えた道具とを取り上げた授業を行う。数学史の原典解釈を授業で取り上げるにあたって、磯田(2002b,p9-10)は、「実際の歴史上の原典を開き、その原典を記した人の立場や考え方を

想定し、その人に心情を重ねて解釈すると、今、自分たちの学ぶ数学が、異なる時代・文化背景に生きた人々によって、まるで異なる思考様式で研究され、表現されていたことが体験できる。それによって、自分たちが学ぶ数学も生き生きとした人間の営みとして改めて認めなおせるのである。」と述べ、解釈学的営みとしての数学的活動を授業に位置付けている。その有用さは多くの先行研究で例証されてもいる。道具に関して、磯田(2003,p249)は、「数学を人の営みをして理解するには、その営みを行う人の立場になって考えてみる必要がある。道具を実際に利用してみることで、人は、その道具の開発者・利用者が何故それを用いたのか、彼等が実際どのように考えたのかを知るきっかけを得ることができる。」と述べている。更に、数学を学ぶことの楽しさを知ることに関連して、根本(1999,p29)が、「活動を通して数学を学ぶことの「楽しさ」が味わえるようになるという意味で、数学の学習で物事をよく観察する、操作して考えること、予想して実験してみることなどの活動は大切である。」と述べていることから、筆者は、道具を授業に取り入れ、実際に使用し考えてみることでより数学を学ぶことの楽しさを知ることができると思う。また、数学史と道具を用いて、数学を人の営みとして捉えることは、数学を学ぶことの楽しさにつながると感じられる。

今回、数学史と道具を用いた授業研究を行うにあたり、高等学校学習指導要領の数学の「図形と計量」に関連して、「三角比」を利用した測量を題材とした。これまでに数学史と道具を用い、三角比を利用した測量を題材とした授業の先行研究には、丸山(2004)の研究がある。そこでは、『測量集成』を題材として、道具を用いた授業によって生徒の興味・関心を高め、生徒の数学観の変容を促すことができることを報告している。

以上をふまえて、筆者は、数学学習において数学史と道具を取り入れた授業によって、生徒が、数学を学ぶことの楽しさを知ることを目標に授業を提案する。

2. 研究目的・研究方法

(1). 研究目的

解釈学的営みとしての数学的活動を通して、数学を人の営みとして捉え、数学への興味・関心を高め、数学を学ぶことの楽しさを知ることを目的に考察する。

その目的を達成するために、以下の課題を設定する。

課題 1：数学史の原典解釈や追体験を取り入れた授業を通して、また当時の測量で使われていた道具の利用により、生徒が学んできた数学との関わりや違い、共通点を認識することができるか。

課題 2：課題 1 を通して、数学を人の営みとして捉え、数学への興味・関心を高め、数学を学ぶことの楽しさを知ることができるか。

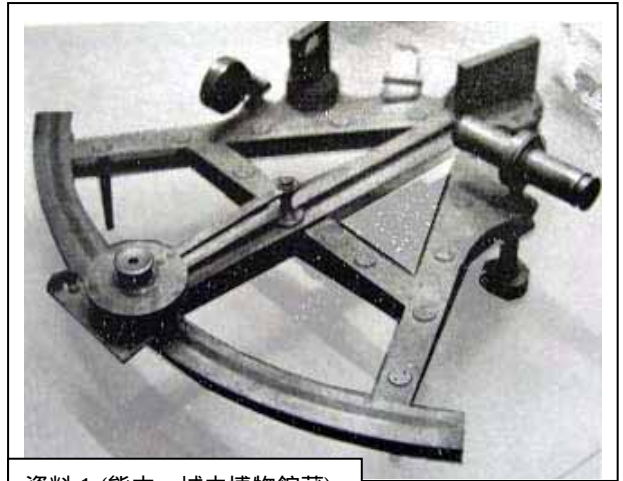
(2). 研究方法

『六分圓器量地手引草』などを元にオリジナルな教材を作成し、授業を行う。授業テキストとビデオによる授業記録，及び事前・事後アンケートを元に考察する。

3. 『六分圓器量地手引草』の教材化

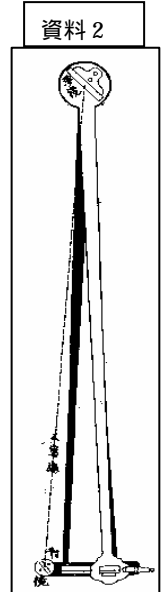
今回の授業では、数学史の原典として江戸時代後期の測量書のひとつである村田佐十郎恒光『六分圓器量地手引草』(1853)を、道具としてその中に登場する六分儀を取り上げる。その理由は以下である。まず六分儀(資料1)が数学的なアイデアを含み、洗練された魅力ある道具であると筆者が感じたこと。そして、六分儀が日本では本来の使用法から外れて簡便な測量器具として変容していったことがおもしろく、『六分圓器量地手引草』を読むことでそれを感じ取れること。またこの書には六分儀をより発展させた「写角簡儀」(資料2)なる装置が載せてあり、道具の発展という観点から見ても数学的に見ても非常に興味深かったことである。本研究では特に中村(2001)の研究を参考、引用した。

六分儀は、鏡の反射を巧みに利用して、天体の地平高度を測定する航海用具である。しかし、幕末の日本においては、鎖国政策のために六分儀のような優れた航海用具が入ってきても遠洋航海に使う機会は無かった。そこで日本では、これを測量における2地点の角度測定に応用することが考えられた。やがて、測量における六分儀の有用さが認識されて来ると、多数の測量に関する著書で六分儀を取り上げるようになる。その背景には、文化頃から外国勢力の北方侵入などが相次いだため、国防・海防の意識が高まり、測量や砲術に対する要求が強まったことが挙げられる。



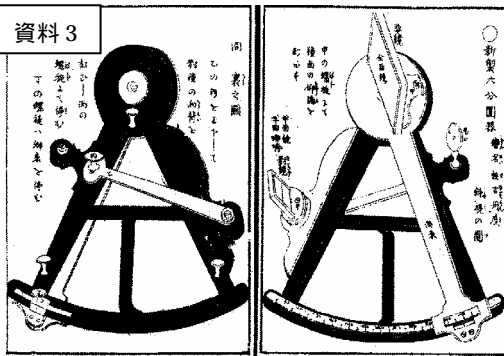
資料1 (熊本・城内博物館蔵)

『六分圓器量地手引草』は、上記の著書のひとつで、1853(嘉永6)年の版本である。津藩の村田佐十郎恒光による編著で、村田は幕府天文方に出仕したことがある。目次には六分圓器と八分圓器の総論、六分圓器の図、鏡の向背仰角俯角の調整法、六分圓器、八分圓器の効用、作図法で距離を求める法、八線表を用いた三角法(計算)で距離を測定する方法、正弦比例尺を用いる方法、新しい写角簡儀(距離計)の図とその測定法などが挙げられている。この書で、新製六分圓器として資料3のような外観図が示されている。「新製」とあるのは、蛮製の物の大きさが1尺2寸~7寸もあったのに対して、測量に軽便な長さ6寸の物を新たに製作したという意味である。地上測量用だから太陽観測用のサングラスは取り除かれてある。また六分儀を地上測量に用いる場合、視差を生じるので、これを補正するために要鏡(資料5でいうと指示鏡)と対鏡(資料5でいうと固定鏡)の平行性を若干調整できるようになっている。授業で用いた六分儀もこれに倣い鏡の平行性を調整できるようにした。



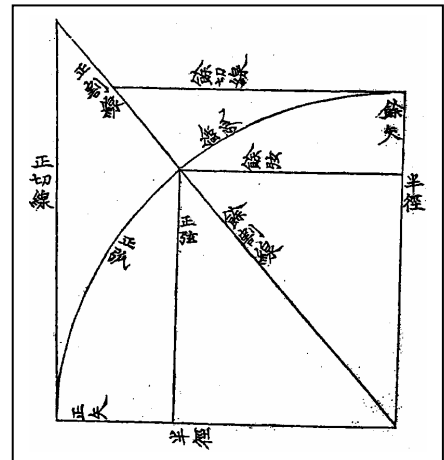
資料2

この書に述べられた測定方法は第一測法から第十測法まであり，授業では第一，第三測法を取り上げた．計算には八線表を用いる方法と比例尺を用いる方法とが解説されており，



授業では八線表を用いた．

江戸時代後期，六分儀のような新しい測量器具の流行の背景には，中国からの三角法の伝来があった．即ち，1727(享保12)年に中国から



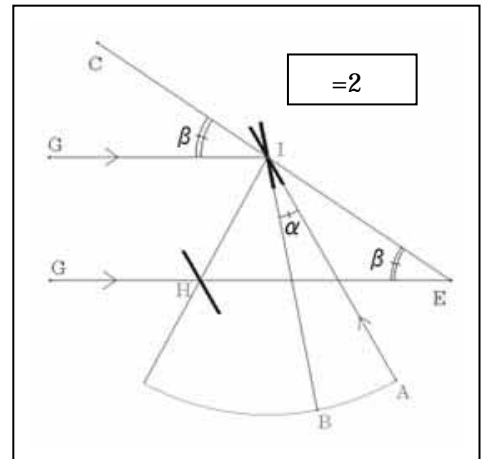
資料4 八線(『量地必携』)

『崇提暦書』が輸入され，その中に三角関数表が含まれていた．当時三角関数は，資料4のようにある半径の四分円の弧に対してできる8つの線分「正弦，余弦，正切，余切，正割，余割，正矢，余矢」が用いられ，合わせて八線と言われた．数値は半径が1の時に対応する角で実際にできる線分の長さを記している．『六分圓器量地手引草』に八線表が載っていなかったため，授業では1850(嘉永3)年に刊行された山本正路『量地必携』(1850)の八線表(資料13)を使用した．

4. 『六分圓器量地手引草』の数学的解説

(1). 六分儀について

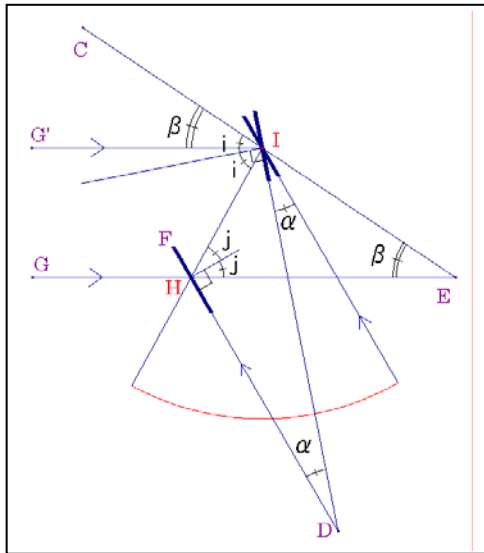
六分儀は鏡の反射を巧みに利用して，動揺する船の上からでも太陽や星などの地平高度を容易に測定できる装置(測角器)である．航海用具であるが，主として天体の高度を測定するから天体観測装置でもある．目盛を読み取る指度桿 IB は I を中心に円弧 AB 上で回転する．I の部分には指度桿と一緒に回転できる指示鏡が AI に平行に取り付けられている．観測者は E にある小穴を通して H の方向を覗く．H の位置には半分が透明なガラス，他の半分は E の方向を向いた鏡がある．B



資料5

の位置を調節することによって，水平方向からの光 GHE と，太陽からの光 CIHE とを同時に同じ視野内に見る(左右一直線に並ぶ)ことができる．2つの方向を同時に見ているので，船が動揺しても水平方向にさえ六分儀を向けておけば，2つの方向のなす角度が測定できることになる．

また，鏡の回転角と反射角の関係から，常に $=2$ なのである．つまり，円弧部に実際の角度の2倍の数値を目盛っておけば，水平方向と天体 C とを同じ視野に入れることによって，天体の高度角 CIG' () を直接円弧上で読み取ることが可能になる．



六分儀の原理 = 2 の証明

IHE に注目すると

$$\begin{aligned} \text{CEH} &= \text{CIH} - \text{IHE} \\ &= 2i - 2j \\ &= 2(i - j) \end{aligned}$$

IHD に注目すると

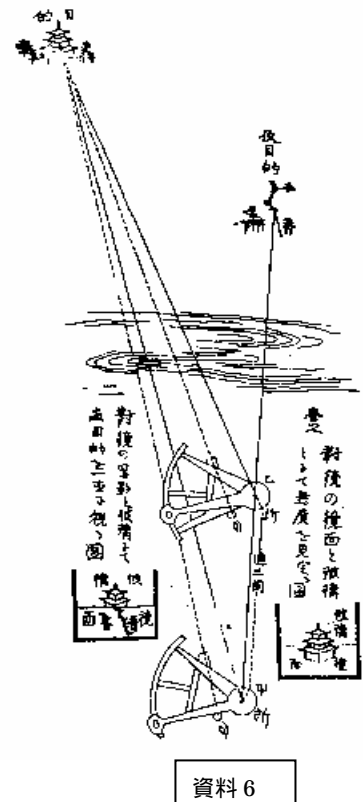
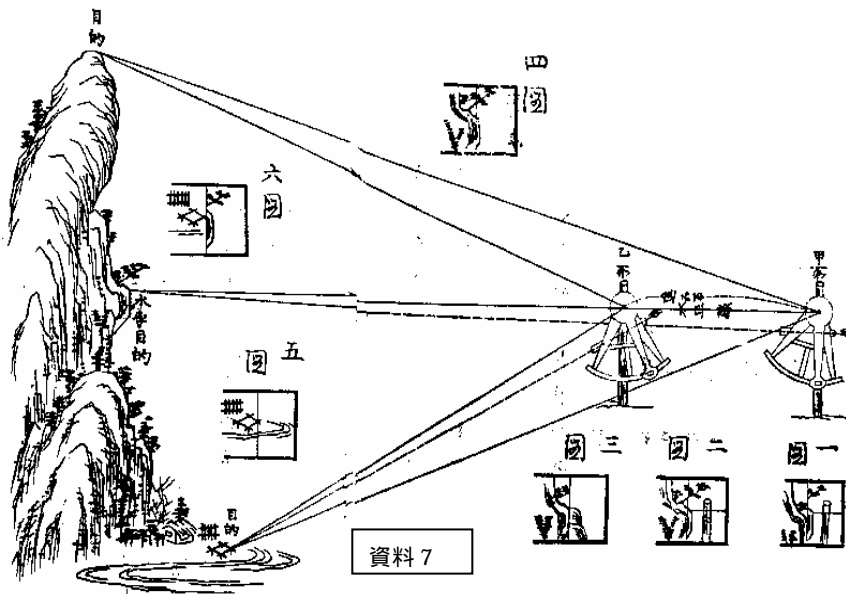
$$\begin{aligned} \text{IDH} &= \text{IHF} - \text{HID} \\ &= (90^\circ - j) - (90^\circ - i) \\ &= i - j \end{aligned}$$

$$\underline{\quad = 2 \quad}$$

(2). 『六分圖器量地手引草』第一測法，第三測法について

第一測法(資料6)，第三測法(資料7)共にその測量の基本方式は，基準方向と目標の方向のなす角を，目標に向う線上の2箇所の距離から測り，目標までの距離を求める方法である。

第一測法は，甲所から目的までの距離を求める測法で，八線表用法(資料11,12)なる方法で求める。対辺対角法として正弦定理のような考え方が用いられている。(写真3)

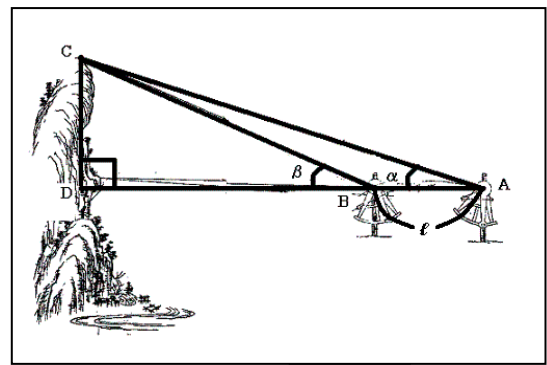


第三測法は，地面から目的までの高さや低さを求める測法であり，授業では山の高さを求める測法のみ行った。ここでは，目的として資料7の山の高さの方を指すものとする。資料8はそのモデル図である。甲所をA，乙所をB，目的をC，水平目的をDとしている。A地点で，B地点でと仰角を測り，その時のAB間の距離がlであったときの山の高さを求める。第一測法と同様に八線表用法を用いている。その概要を解釈すると以下である。

ABCにおいて、対辺対角法(正弦定理のような考え方)を用いて、 $AC = \sin \alpha \times \div \sin(\beta - \alpha)$

ACDにおいて、正角法(三角比の考え方)を用いて、 $CD = AC \times \sin \alpha$

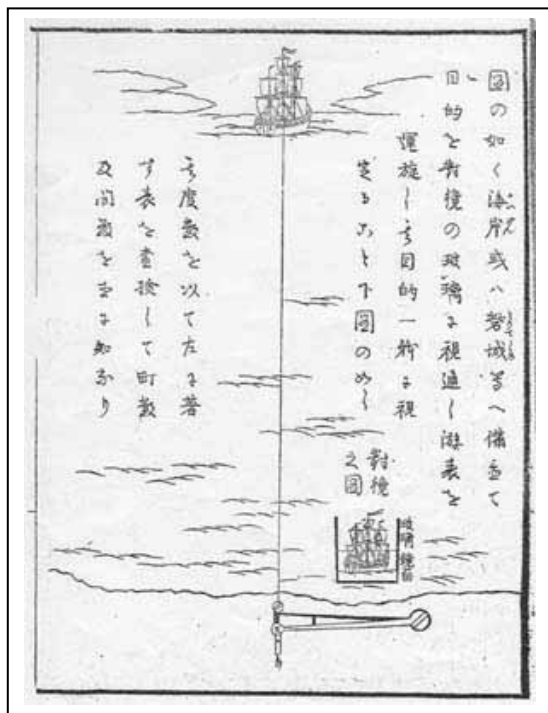
$CD = \sin \alpha \times \div \sin(\beta - \alpha) \times \sin \alpha$ そして、山の高さを CD の値に観測者の視線までの高さを足して求める。第三測法は、 $\alpha = 16^\circ 10'$ 、 $\beta = 22^\circ$ 、 $AB = 5$ 間(9m)である。



資料 8

(3). 写角簡儀について

使用法はまず 10 間の距離に立てた棹をこの装置で狙う。(視準部には小型望遠鏡を備えている。) この時指度桿の目盛を零度に合わせておく。そして固定鏡と指示鏡の像が一致するように固定鏡の向きを微調整する。10 間より遠い目標に対しては視差のために両像が一致する目盛は零度ではない。器械の長さは 1 間にしてあるからこの角度と距離の関係を予め計算で表(資料 10)にしておき、測定角度からこの表を用いて、距離を求めた。この装置が実際に使用されたかは不明だが、資料 9 から読み取れるように海上にある外国船を砲撃するための一種の軍事技術という色彩が強い。嘉永六年春ペリーが来航し、この書の版本がその年の秋であり、このことからこの頃の時勢が現れているように思われる。



資料 9

写角簡儀又密儀六尺表	
測得角度	目的距離
0度0分	10間
0度10分	10間六分二厘
0度20分	11間三分三厘
1度0分	12間一分四厘
1度10分	13間〇六厘
1度20分	14間〇四分
2度0分	15間四分二厘
2度10分	16間四分五厘
2度20分	17間八分一厘
3度0分	18間一分三厘
3度10分	19間五分六厘
3度20分	20間〇九厘
3度30分	21間九分一厘
3度40分	22間〇二分
3度50分	23間五分五厘
4度0分	24間〇五分
4度10分	25間一分二厘
4度20分	26間五分九厘
4度30分	27間一分七厘
4度40分	28間七分四厘
4度50分	29間三分一厘
5度0分	30間〇分
5度10分	31間五分七厘
5度20分	32間一分四厘
5度30分	33間七分一厘
5度40分	34間三分八厘
5度50分	35間〇分五厘
6度0分	36間五分二厘
6度10分	37間一分九厘
6度20分	38間七分六厘
6度30分	39間三分三厘
6度40分	40間〇分
6度50分	41間五分七厘
7度0分	42間一分四厘
7度10分	43間七分一厘
7度20分	44間三分八厘
7度30分	45間〇分五厘
7度40分	46間五分二厘
7度50分	47間一分九厘
8度0分	48間七分六厘
8度10分	49間三分三厘
8度20分	50間〇分
8度30分	51間五分七厘
8度40分	52間一分四厘
8度50分	53間七分一厘
9度0分	54間三分八厘
9度10分	55間〇分五厘
9度20分	56間五分二厘
9度30分	57間一分九厘
9度40分	58間七分六厘
9度50分	59間三分三厘
10度0分	60間〇分

資料 10

5. 『六分圓器量地手引草』を題材とした授業概要

(1). 授業環境

日時：平成 16 年 10 月 21 日，22 日，25 日，26 日 (65 分×3 時間)

対象：埼玉県立高等学校第 2 学年 (2 クラス計 79 名)

準備：コンピュータ(Windows), ビデオプロジェクタ 2 台, 実物投影機, Microsoft Power Point, Cabri Geometry Plus, Microsoft Windows Media Player, 六分儀(事前課題として生徒が作成済), ビニール紐(9m), 八線表, ビデオ教材(授業者が六分儀を利用した測量風景を撮影したもの), 事前・事後アンケート, 授業テキスト

(2). 授業展開

1 時間目

目標：六分儀について知る．昔の人が三角比をどのように用いて測量を行ったのかを感じ取る．

局面 1：六分儀の紹介

事前課題として六分儀の作成(六分儀は、2人1組で作成、写真 1)と作成してみて何か感じたことや気付いたことなどを考えることを課した．そこで導入としてそれを尋ねた．目盛が付いている、鏡が付いている、何かを測る道具などの意見が出た．

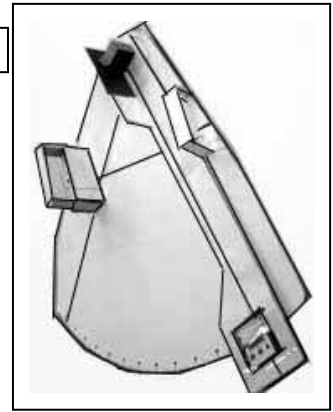


写真 1

次に、六分儀の構造や使い方を理解するために、黒板に貼った魚の絵と花の絵との生徒の位置から見た角度を六分儀を用いて生徒全員が実際に測った(写真 2)．充分時間を取ったことで、半数以上の生徒がその角度を測る事ができ、また使い方について生徒同士で教え合う場面も見られた．

その後以下のような対話があった．

【対話 1】

授業者：何か疑問に思ったことはありますか．

生徒 A：これは何をしていますか．

これをやることで何がわかるんですか．

授業者：これは角度が分かるんです．

生徒 A：何の角度が分かるんですか．

授業者：自分から見た花と魚との角度です．

生徒 A：何のために角度を測る必要があるんですか．

生徒 B：俺も同じ意見．

授業者：それを今から勉強していきましょう．

そして、なぜこれで角度が測れるのかについて六分儀の原理を説明し、Cabri Geometry Plus で確認した．

また、六分儀の歴史についても触れた．

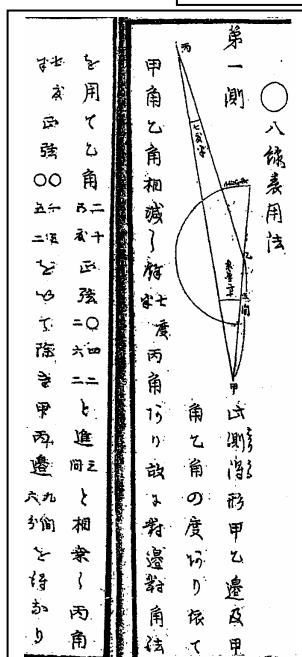
局面 2：日本への導入

六分儀は、天体の高度角を測定する装置であるが、江戸時代末期にかけて日本では、本来の使用法から外れて簡便な測量器具として変容していった事を紹介した．そこで具体的にどのように使用されたのかを『六分圖器量地手引草』に載っている第一測法(資料 6)の文章の原典解釈(資料 11, 12)を行った．対辺対角法とは正弦定理のような考え方をを用いていることを読み取った．そして、生徒が前に出て解答を発表した(写真 3)．

写真 2:「見えた、見えた！」



資料 11



資料 12

第一測
 ここに測り得た三角形がある．
 甲乙間の辺の長さ及び甲角之角の角度がわかっている．
 よって甲角から乙角を減じ、
 丙角七度半を得る．
 よって対辺対角法を用いて、
 乙角二十五度の正弦〇四二二六二と
 進んだ距離三間とを乗じ、
 丙角七度半の正弦〇一三〇五二で除き
 甲丙間の辺の長さ九間六分を得る．

2 時間目

目標：八線表について知る．六分儀を
実際に使用して当時の測量を実体験し，
三角比が測量に使われていたことを実
感する．

局面 3：八線表について

前回，第一測法を読んで距離を求め
る時に，例えば 25 度の正弦などが原典
の中で予め与えられていた．昔の人は，
これを一体どのようにして知ったのだ
らうとの問いかけをした．その後，幕
末版三角関数表にあたる八線表(資料
13)を紹介し，八線表から数値を読んだ．
また教科書に載っている三角関数表と
の比較も行った．

局面 4：六分儀を用いて実測する

高さを求める問題である第三測法(資料 7)の
原典解釈を行った．高さを三角比で求める計算
方法を学んだ．その後，外に出て 2 人 1 組にな
って生徒全員に長さ 9m の紐と地面と六分儀を
水平に保つために錘を付けた糸を与え，第三測
法と同じ測法である高压電線の鉄塔の高さを実
測する活動を行った(写真 4，写真 5)．2 地点で
の角度測定を終え，その場で計算し高さを求め
る生徒の姿も見られた．次回までに高さを計算
してくるよう課題を与え授業を終了した．

写真 3:生徒の解答

$$\frac{3}{\sin 7.5} = \frac{x}{\sin(\pi - 25)^\circ}$$

$$x = 3 \times \sin 25^\circ \div \sin 7.5^\circ$$

$$= 3 \times 0.42262 \div 0.13052$$

資料 13 八線表
(『量地必携』)

度分	切 餘	弦 餘	切 正	弦 正	度分
九〇〇〇	一〇〇〇〇〇	一〇〇〇〇〇	〇	〇	〇〇〇〇
五〇	三四三七一一三	九九九九九	二九一	二九一	一〇
四〇	七一一八六五三	九九九九八	五八二	五八二	二〇
三〇	一四五六九一一	九九九九六	八七三	八七三	三〇
二〇	二一四五九五四	九九九九五	一一六四	一一六四	四〇
一〇	二八四三〇七	九九九九四	一四五五	一四五五	五〇
八〇〇〇	五七二八九九八	九九九九三	二〇三六	二〇三六	一〇〇
一〇	六四二七〇〇七	九九九九二	二七四六	二七四六	一〇
二〇	七一三四八〇〇	九九九九一	三四五六	三四五六	二〇
三〇	七八三六五三三	九九九九〇	四一六八	四一六八	三〇
四〇	八五三三六七九	九九九九八	四九〇一	四九〇一	四〇
五〇	九二二六四二二	九九九九七	五六三〇	五六三〇	五〇
六〇	九九二三八五五	九九九九六	六三六〇	六三六〇	六〇
七〇	一〇六二八〇〇	九九九九五	七〇九一	七〇九一	七〇
八〇	一一三二七四五	九九九九四	七八二二	七八二二	八〇
九〇	一二〇二七〇〇	九九九九三	八五五三	八五五三	九〇
一〇〇	一二七二六四五	九九九九二	九二八四	九二八四	一〇〇
一〇	一三四二六〇〇	九九九九一	一〇〇一五	一〇〇一五	一〇
二〇	一四一二五四五	九九九九〇	一〇七四六	一〇七四六	二〇
三〇	一四九二五〇〇	九九九九八	一一四七七	一一四七七	三〇
四〇	一五六二四五三	九九九九七	一二一九八	一二一九八	四〇
五〇	一六三二四五七	九九九九六	一二九一九	一二九一九	五〇
六〇	一七〇二五二〇	九九九九五	一三九二〇	一三九二〇	六〇
七〇	一七七二四八三	九九九九四	一四八四一	一四八四一	七〇
八〇	一八四二四四六	九九九九三	一五七六二	一五七六二	八〇
九〇	一九一二四〇九	九九九九二	一六六八三	一六六八三	九〇
一〇〇	一九八二三七二	九九九九一	一七六〇四	一七六〇四	一〇〇
一〇	二〇五二三三五	九九九九〇	一八五二五	一八五二五	一〇
二〇	二一二二三〇〇	九九九九八	一九四四六	一九四四六	二〇
三〇	二一八二二六三	九九九九七	二〇三六七	二〇三六七	三〇
四〇	二二五二二二六	九九九九六	二一二六八	二一二六八	四〇
五〇	二三二二一八九	九九九九五	二二一九九	二二一九九	五〇
六〇	二三九二一五二	九九九九四	二三一三〇	二三一三〇	六〇
七〇	二四六二一〇五	九九九九三	二四〇六一	二四〇六一	七〇
八〇	二五三二〇六八	九九九九二	二四九八二	二四九八二	八〇
九〇	二六〇二〇三〇	九九九九一	二五九〇三	二五九〇三	九〇
一〇〇	二六七一九九三	九九九九〇	二六八二四	二六八二四	一〇〇
一〇	二七四一九五六	九九九九八	二七七四五	二七七四五	一〇
二〇	二八一九九一九	九九九九七	二八六七六	二八六七六	二〇
三〇	二九一九九六二	九九九九六	二九五九七	二九五九七	三〇
四〇	三〇六九九九	九九九九五	三〇五一八	三〇五一八	四〇
五〇	三一四〇〇〇	九九九九四	三一四三九	三一四三九	五〇
六〇	三二一〇〇〇	九九九九三	三二三六〇	三二三六〇	六〇
七〇	三二八〇〇〇	九九九九二	三三二八一	三三二八一	七〇
八〇	三三五〇〇〇	九九九九一	三四二〇二	三四二〇二	八〇
九〇	三四二〇〇〇	九九九九〇	三五一二三	三五一二三	九〇
一〇〇	三四九〇〇〇	九九九九八	三六〇四四	三六〇四四	一〇〇

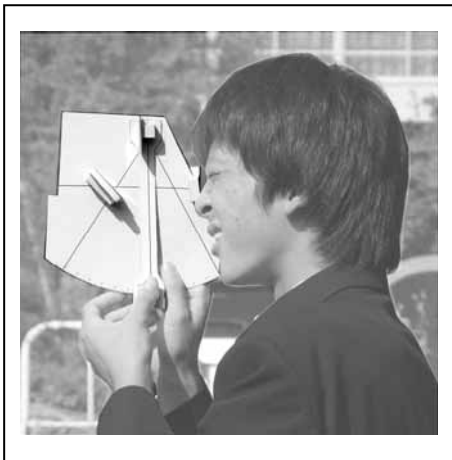


写真 4：六分儀は水平に．



写真 5：右に見える鉄塔の高さを測る

3 時間目

目標：写角簡儀について知る．道具の発展を意識するとともに，三角比の有用さを感じる．

局面 5：前回実測した鉄塔の高さをビデオで確認する

前回実測し計算で出した鉄塔の高さを尋ねた．答えは 75.9m だが，1 番近い生徒でも 67m であった．原因は，六分儀を地面と水平に常に保てていなかったことなどが挙げられる．そこで，事前に授業者が同じ鉄塔を測量する風景を撮影したビデオを Windows Media Player で編集し，ビデオ教材とし，高さを確認した．このビデオ教材は好評だった．

局面 6：写角簡儀について

六分儀を地上測量に用いる場合，視差が生じること，『六分圓器量地手引草』には六分儀をより発展させた写角簡儀という装置が載せてあることを説明し，これがどんな道具なのか原典解釈を行い(資料 9)，Cabri Geometry Plus で確認した．また測得角度が 4 度の時の対応する目的距離を読むと 33 間 5 分である(資料 10)が，この距離の値を計算で出すという問いを出した(資料 14)．計算には八線表からある角度の正弦などの数値を読み取るだけでなく，逆に与えられた数値から角度を凡そ読み取る必要があった．生徒は八線表がこのようにも使用されていたということを知った．

最後に写角簡儀と六分儀を比べてどうでしょうかとの問いかけをし，以下のような対話があった．

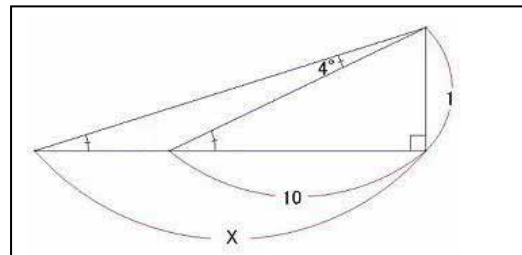
【対話 2】

授業者：写角簡儀を第一測法での六分儀と比べてみてどうですか．

生徒 C：写角簡儀が測る目的っていうのが 1 個しかなくて，六分儀っていうのが元から何か目的をつくらないといけない．

授業者：おー，いい意見ですね．

他にも写角簡儀は測定箇所が 1 箇所でよい，写角簡儀は地上測量における六分儀の欠点である視差を逆に利用している装置であるとの説明を加えた．その後，この書が書かれた時代背景や今現在の六分儀について説明し授業を終了した．



資料 14

6 . 議論

(1). 課題 1 に対する議論

課題 1：数学史の原典解釈や追体験を取り入れた授業を通して，また当時の測量で使われていた道具の利用により，生徒が学んできた数学との関わりや違い，共通点を認識することができるか．

事後アンケートより生徒の記述の一部をそのまま抜粋

こんなのをかいた人がいるなんてすばらしいと思った．
六分儀のようなもので，よく江戸時代に測量ができたと思うと，すごいと思う．
昔からこのような考え方を発見と利用するのはすごいと思った．
鎖国下の日本では，算用数字アルファベットがなかったので，計算に苦労したのだということを改めて感じた．
漢文で数学が語られていておもしろかった．

そんなに昔から三角関数があって驚いた。

江戸時代、既に、 \sin 、 \cos が日本に存在したなどとは思いませんでした。

江戸時代から正弦定理を使っていたことに驚いた。

書かれていることは今の数学で用いる性質とほとんど似ている。

昔に使われていた計算の方法が今でも使われていることに少し驚きました。

昔の人の感覚で距離をはかったりという経験ができてよかったと思う。

読むのが難しかった。

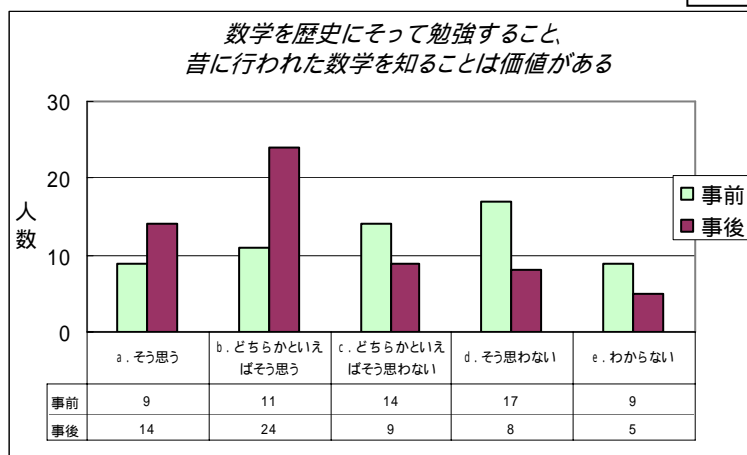
～ の意見は、主に事後アンケートの中の質問「江戸時代に書かれた書物『六分圓器量地手引草』を読んでどう感じましたか。」や授業の感想などからのものである。

～ から生徒は、江戸時代に測量を行った人々の立場になり、その人々の考え方を知り、それによって今現在自分達が学んでいる数学とどこが似ていてどこが違うのかなどを感じ取っていることが読み取れる。一方で、～のように、読むのが難しい、理解困難だったといった意見も多く見られた。筆者は、昔の書物で読みにくいのには当然であるものの粘り強く考えて読み進められることでより当時の人々の考え方を知ることができると考えるが、粘り強く考えるためのより丁寧な説明をする必要があったと感じる。

(2). 課題 2 に対する議論

課題 2：課題 1 を通して、数学を人の営みとして捉え、数学への興味・関心を高め、数学を学ぶことの楽しさを知ることができるか。

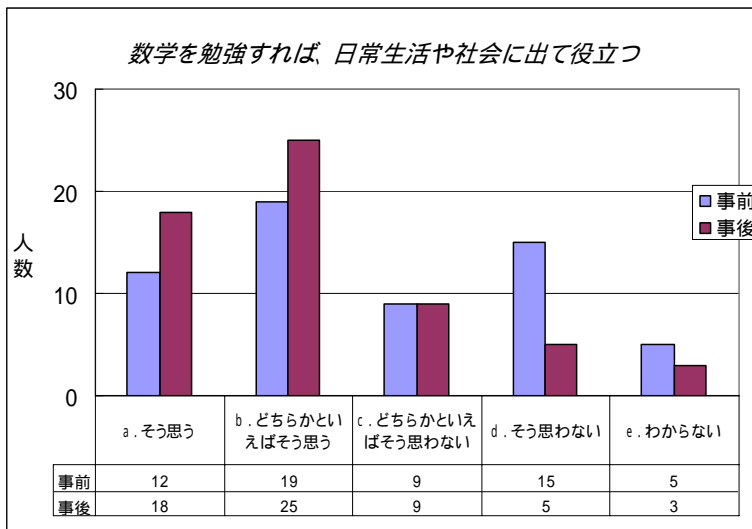
資料 15



左のグラフは、事前・事後アンケートから作成したものである。事前では a と答えた生徒が全体の 15%、b が 18.3% に対し、事後では a が 23.3%、b が 40% と増加している。またその理由として、「授業以前はそう思っていなかったが、昔のことから学ぶことも多いかもと感じた。」「昔と今の数学ではどんな違いがあったのか知ることができる。」といった意見があった。

課題 1 に対する議論また資料 15 からみても、数学史の原典解釈や追体験を取り入れた授業を通して、また当時の測量で使われていた道具の利用により、生徒は数学を人の営みとして捉えることができていると考えられる。

資料 16



左のグラフは、事前・事後アンケートから作成したものである。

事前では a と答えた生徒が全体の 20.0%、b が 31.7% に対し、事後では a が 30.0%、b が 41.7% と増加している。

事後アンケートより生徒の記述の一部をそのまま抜粋

三角比を身近に感じた。

数学がやっぱり様々なことに使えると分かったというより確認できた。

日常で使うんだなあとおもった。数学は身近にあるんだなあとあらためて思った。

実用的な数学もあるんだなあと思った。

身近なところでも活用できることがすごいと思った。

授業で問題を解いているだけだと、利用価値が分からなかったけど、今回の授業で三角比は使い方を正しくすれば便利なものだと感じた。

三角比が物を測るのに使われていることを知り数学というのは日常に生かされているということが改めて分かった。

角度と一つの長さだけで建物などの大きなものの高さを測ることができるのは便利だ。

楽しかった。本当の距離を測らなくても分かるから。

三角比には、このような使い方があるのかと思いました。

前は良く分からん使えないものだと思っていたがこんな使い道があったことを知って三角比を勉強してよかったと思った。

数学はつまらない計算だけかと思っていたらいろいろ利用できることがわかりキョーミがわいた。

授業で習っているだけではその活用法などは分からないが実際に柱の高さを測ってみて、かなり役立つことが分かった。三角比以外にも生活の中で活用できるものはありそうだ。

たぶん他の分野(三角比以外)にもこのような利用法があると思うので、数学が少し意味があり、楽しいかもしれないと思った。

楽しかった。普通の授業と違って自分の手や目で「数学」を感じることができたから。

道具を利用したことでより一層理解しやすくなった。

たまには道具を用いて実際にやることも必要なことだと思うし考え通りにならないことも多いのがわかっていいと思う。

細かい数が既定していて、すぐ計測結果がだせることがすごいと思った。

1つの道具でも、国によって使われ方が変わることを知った。

以上の意見は、主に事後アンケートの中の質問「今回の授業を通して、三角比についてどう感じましたか。」、「数学で道具を使用した授業を受けてみてどうでしたか。」、授業の感想などからのものである。

資料 16 また ～ により、生徒は三角比を身近に、便利に感じ、現実世界の中で数学の実用性を感じ取っていることが読み取れる。また、～ から三角比に限ることなく、数学のよさを感じ、数学への興味・関心を高めることができていると考えられる。加えて、の「自分の手や目で「数学」を感じる事ができた」とは、まさに単なる楽しさに留まらず、数学を学ぶことの楽しさを知ることができていると認められる。また道具に関しても、より、その道具の利用者が何故それを用いたのか、実際どのように考えたのかを知る助けになることができている。では紙上の計算とは違った実測のおもしろさや難しさを感じていることが見て取れる。対話 2 では道具の発展や国での使われ方の違いに興味深く感じている。対話 1 から、これらのことがより数学への興味・関心を高める材料になっていると筆者は考える。

以上より課題 2 は達成されたといえる。

7. おわりに

本研究では、解釈学的営みとしての数学的活動を通して、数学を人の営みとして捉え、数学への興味・関心を高め、数学を学ぶことの楽しさを知ることができるかを考察した。

その結果、数学の原典解釈と道具を取り入れた授業によって、生徒は数学が生活の中で役に立っていることが分かり、それによって、数学を学ぶことの楽しさを知ることが認められた。

しかしながら、原典を読むのが難しいなどの意見もあった。実際、内容が多く、重いものとなってしまったことは否めない。内容をより精選することが今後の課題である。また六分儀のもうひとつの重要な要素であるバーニア副尺について補足にとどまったが、六分儀は他教科との関連という観点からみても興味深い教材になると思われる。今回、鉄塔の高さを昔の人が行った通りのやり方で実際に測定する場面に重点を置いた。実際、生き生きとその活動に取り組む生徒の姿が多数見られた。一方で、正確にその高さを出せた生徒がいなかったのは、残念であった。生徒に高さを正確に出そうという意欲を充分引き出せなかったことは、筆者の教壇での経験不足からと痛感した。加えて、測定誤差について充分議論できなかったことも課題になるだろう。また、ビデオ教材を観る場面では、生徒から「おー」といった歓声の声上がり、その有用性を確認できた。

本研究の中で、筆者は、数学学習において「実生活における様々な事象との関連を考慮」することの必要性を強く感じた。今後はこれらのことを強く意識し、授業実践に取り組んでいきたい。

謝辞

授業研究の実施に際して、埼玉県立春日部高等学校の片野秀樹先生、早乙女勤先生をはじめとする数学科の先生方から貴重なご意見とご協力をいただきました。また、六分儀を深く知るきっかけになった国立天文台の中村士先生の研究に大変感銘を受けました。中村士先生からは授業研究の前に励ましをいただきました。そして、先輩である丸山洋幸さん、同期生である茨城県立古河第一高等学校の小林徹也先生、江田慶彦君、能登誉光君、横塚直哉君、御子柴俊一君に多くの面でご協力をいただきました。

みなさんに深謝いたします。

註) 本研究は、平成 16 年度科学研究費、特定領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械と JAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究」(研究代表者磯田正美)において開発された歴史的道具を前提にして、平成 16 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」(研究代表者磯田正美)の一環として行われた。

参考・引用文献

1. 村田佐十郎恒光(1853). 六分圓器量地手引草 全.
2. 山本正路(1850). 量地必携.
3. 中村士(2001). 東アジアの天文・暦学に関する多角的研究. 大東文化大学東洋研究所. pp.71-119.
4. 中村士, 澤田平, 長谷川桂子(2000). 久米通賢の天文・測量器具. 国立天文台報, 第五巻, No.1, pp.1-18.
5. 磯田正美(2002a). 解釈学からみた数学的活動論の展開 人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ. 筑波数学教育研究第 21 号. pp.1-10.
6. 磯田正美(2001). 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察 隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて. 筑波数学教育研究第 20 号. pp.39-48.
7. 根本博(2004). 数学的な洞察と目標準拠評価 数学教育の挑戦. 東洋館出版社.
8. 根本博(1999). 中学校数学科 数学的活動と反省的実験 数学を学ぶことの楽しさを実現する. 東洋館出版社.
9. 丸山洋幸(2004). 福田理軒『測量集成』の体験的学習を通じた生徒の数学観の変容 量尺・量地儀を使った三角比・対数の授業. 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)「確かな学力」の育成と道具を用いた数学教育. 筑波大学数学教育学研究室. pp.203-217.
10. 山田奈央(2003). 「矩」を題材とした創造性の基礎を培う授業について 中国数学史原典「周髀算経」の解釈を通して. 学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(10)「確かな学力」の育成と歴史文化的志向の数学教育 個に応じた指導, 数学史・道具. 筑波大学数学教育学研究室. pp.41-53.
11. 磯田正美編(2002b). 数学的活動を楽しむ授業作り 数学する心を育てる 課題学習・選択数学・総合学習の教材開発. 明治図書.

12. 磯田正美(2003). なぜ道具を数学教育で活用する必要があるのか～道具を使ってこそ学べる数学の教育的価値を明かすためのパースペクティブ～. *日本数学教育学会 第36回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表集録*. pp.246-249.
13. 文部科学省(2002). *個に応じた指導に関する指導資料 発展的な学習や補充的な学習の推進(中学校編)*. 教育出版.
14. 文部科学省(1999). *高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編*. 実教出版.
15. 大矢真一(1962). 測量. *日本科学技術史 朝日新聞社編*. 矢島祐利, 関野克監修. 朝日新聞社. pp.287-300.
16. 松崎利雄(1979). *江戸時代の測量術*. 総合科学出版.
17. 宗田一(1964). *江戸時代の科学器械*. 恒星社.
18. 米谷榮二, 山田善一(1962). *新版測量学 一般編*. 丸善株式会社.