出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.186-196、2005年3月

# 造船の歴史と「船」の安定条件についての授業研究

## ―アルキメデス「浮体について」とヴァーサ号沈没事故を題材に―

筑波大学大学院修士課程教育研究科
秋山裕紀

章構成



要約

本研究では、アルキメデスの「浮体について」とヴァーサ号転覆沈没事故という歴史事実による教材化を行い、道具を用いることにより、生徒は自ら体験し自ら発見する数学的活動の楽しさを見出し、人の営みとしての数学を認識した。また「異文化体験」や「解釈学的営み」の観点から古代の数学（異文化）を体験することで現代の数学（自文化）を自覚し、「自らの数学文化」の価値を認める事ができたことが示された。

キーワード：アルキメデス、「浮体について」、回転放物体、ヴァーサ号転覆沈没事故、幾何学的思考

### １．　はじめに

今回、事前に生徒の数学に対する意識調査を行った。希望者対象のため、数学に対する意識は比較的高いと予想していたがその回答の中には、「不必要なもの」「受験のため」「決して好きにはならない」等といった消極的とも言える意見も伺えた。これが、現在の数学教育の現状を示しているといえる。多くの生徒は数学に関して、楽しさ、よさを感じていないのではないか。学校で習う数学が閉じた体系としての数学に感じられてしまっていることも理由の一つではないだろうか。このようなことを受け、今日、学際的な教育が重視されている。Lucia,Leo(2000)は「生徒は教科間の歴史的接触、共鳴、相互作用を通して、豊富になった数学と他の教科の両方に対する理解を見つけるであろう」また、「他の分野と密接に関係して刺激され発展された数学の概念や方法の直接的経験をすることに生徒は興味を抱いているかもしれない。」と述べている。数学と物理などは密に関係しているが、その関係が授業にはあまり見られず、数学と他教科を関連させた教材が充実していないのが現状である。そこで、数学と物理現象の結びつきに注目した。これは、「総合的な学習の時間においては、各学校は、地域や学校、生徒の実態等に応じて、横断的・総合的な学習や生徒の興味・関心等に基づく学習など創意工夫を生かした教育活動を行うものとする」といった趣旨に沿うものでもある。　また、礒田（2001）によると「異文化体験」は「自らの文化を自覚し、その文化を発展させる文化的視野の覚醒への好機である」としており、現代よりも現象を分析する手段が限られている古代ギリシアの分析方法を原典解釈で追体験することによる異文

化体験を目標とした。また、「数学基礎」では目標として「数学と人間のかかわりや社会生活において数学が果たしている役割について理解させ、数学に対する興味、関心を高めるとともに、数学的な見方や考えのよさを認識し数学を活用する態度を育てる」とあるが、この目標の実現も目指した。

## ２．研究目的・研究方法

研究目的：生徒は、物理現象の分析をテーマとした原典を解釈する活動や、数学史の学習を通して数学観が変容するかを考察する。

目的達成のため、以下を課題とする。

課題１：物理現象を分析しているアルキメデスの原典の T.L.Heath の英語訳である「On Floating Bodies（浮体について）」の解釈と、そこに記載されているような状況を道具を用いて再現することで、生徒は物理現象と数学の関わりを見出し、自ら発見し、体験する喜びを味わうことができるかを考察する。

課題２：生徒は、数学史（造船の歴史）を用いた学習によって、数学と人間の関わりを通して、数学のよさを感じることができるか考察する。

課題３：課題１、２を受け、数学が身の回りに存在し、日常の中に存在していることを実感することができるかを考察する

課題４：アルキメデスの物理現象の分析方法を追体験することにより、現象に対するアプローチの現在との違い、共通点を知ることにより数学に対する新しい考え方を得ることができるかを考察する。

**研究方法**：原典を用いた歴史教材を開発し、それを用いた授業研究を行う。授業の事前・事後に数学に対する意識を問うアンケート及び授業を撮影したビデオをもとに考察する。

## ３．アルキメデス『浮体について』の教材化

船舶にまつわる数学の歴史の教材化にあたって、筆者は主にアルキメデスの原典の T.L.Heath による英語訳である『On Floating Bodies（浮体について）』をとりあげた。その中でアルキメデスは流体中に物体（回転放物体）が浮かんでいるという物理現象を幾何的に解明しようとしている。また、導入ではヴァーサ号転覆沈没事故（1628 年）という歴史事実を持ち出すことにより一層話題が身近になり、興味が持てるように配慮した。1628 年はニュートン、ライプニッツら微分・積分を完成させたとされる人物の誕生直前であり、多くの微分や積分などの数学的知識を必要とする船舶理論が発達していなかったことも沈没原因の一つだったことも触れ、微分積分未習者である受講者がこれからの高校での数学の授業において興味を持てるようにした。

一日目の授業ではアルキメデスの幾何的な方法とは別に、代数的な方法での解法についても扱い、普段の授業で学習する数学との比較をできるようにし、時代によって現象に対するアプローチの仕方には違いがあることを生徒が見出せるように配慮した。また、受講者は物

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.186-196、2005年3月

理ＩＢ既習者であり、『モーメント』の知識もあるために、物体の回転に対する現代的な捉え方と、アルキメデスによる捉え方の違いについても比較できたと思われる。次に、そのアルキメデスの考え方について説明する。

アルキメデスは、流体上に出た部分の重心をH、沈んだ部分の重心をＦとすると、HがＦより右にある時は時計回り、HがＦより左にある時は反時計回りというように、重心の位置関係により物体の回転が決まってくると考えていた。（現在のようにその重心に働く力の大きさまで考えていつりあいを考えることができると考えた。図２はアルキメデスが回転放物体の直角切片のつりあいなかった）そして、アルキメデスはこの位置関係を幾何的に調べることによって、回転の条件を調べた。

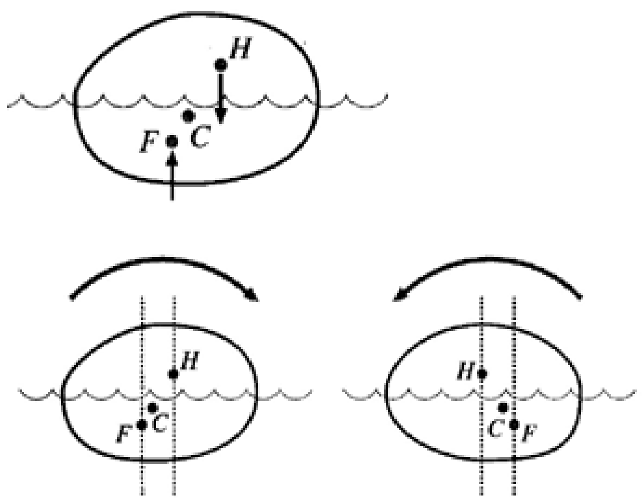



図１：流体中の物体に働く力
（アルキメデスの考え）

## ４．道具の数学的解説

アルキメデスがその著書『浮体について』で扱っていたのは回転放物体であった。
しかし、今回の授業ではその製作が困難だったため、放物線を切り抜いて張り合わせた形（写真１参照）を用いた。写真１のように、木片の奥行きを長くとることで前か後ろに倒れることはなくなり、矢印のような動きに限定されるようになる。よって回転放物体の直角切片のつりあいを考えることができると考えた。図２はアルキメデスが回転放物体の直角切片のつりあいを考えた際のものである。放物線の性質などを使いＣとＦの位置関係を幾何的に証明し、回転の条件を考えた。

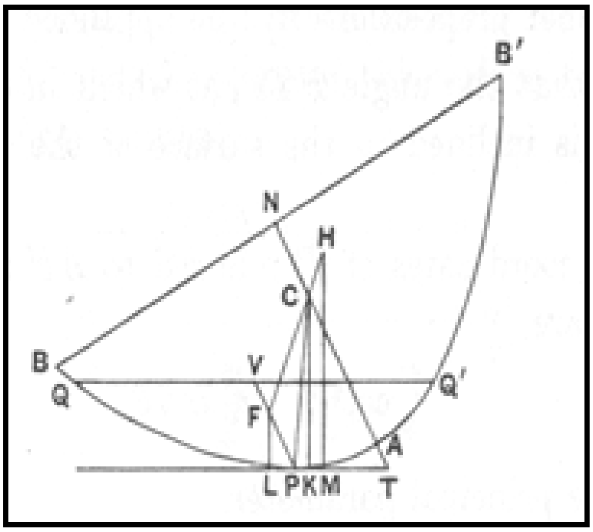



図２：回転放物体の直角切片

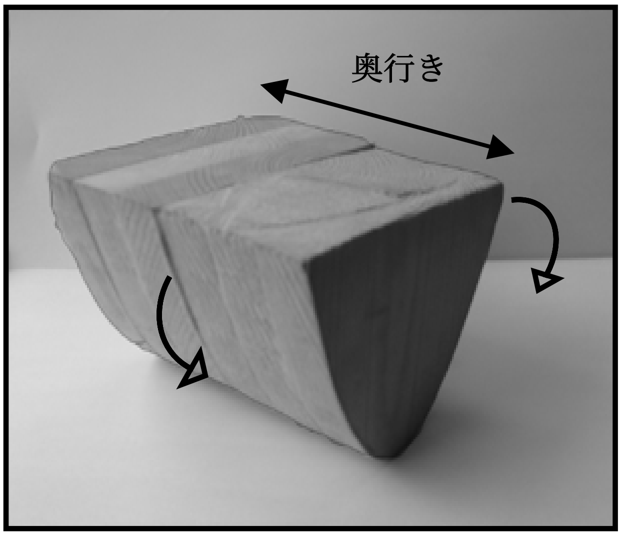



写真１：今回使用した木片

## ５．アルキメデス「浮体について」を題材にした授業概要

### （１） 授業環境

① 日時：平成１６年１２月２０日・２２日（９０分×２）
② 対象：筑波大学附属高等学校第２学年（物理ＩＢ既習）（４名）
③ 準備：コンピュータ（Windows）、ビデオプロジェクタ、Microsoft Power Point、授業用テキスト、放物線に沿って切り抜いた木片とそれを浮かべるための水を入れた水槽（道具）、事前・事後アンケート

### （２） 授業展開

**授業目標：**

**物理現象である、流体中の物体のバランスについてアルキメデスの幾何的解法や座標を用いた代数的方法、そしてそれらの方法と現代の考え方の違いを比べてみることで、物理現象に対する考え方、数学の考え方の変遷を感じることができるか**

＜１時間目＞まず、スウェーデンの戦艦ヴァーサ号がどのような時代のどのような船だったのかを話した。その時代背景として、微積分が発達していなかったことにより船舶の理論も発達していなかったことを話した。その上で、ヴァーサ号の転覆沈没事故は具体的にはどのような原因が考えられるかを考えてもらった。生徒の答えとして

付録２

船の歴史年表

| 年表 | 世界の船の歴史 | |
|---|---|---|
| ＢＣ５０００ | ナイル川に帆船が走る | |
| ＢＣ２００ | ローマの商船に二本マストの船が出現 | ・アルキメデスの誕生（ＢＣ212） |
| ＡＤ８００〜 １０００ | ノルマン人バイキングとして各地に遠征航海を行う | ・小野妹子を隋に遣わす。遣隋使のはじめ(607) ・中国で羅針盤、火薬の発明(900) |
| １０９６ | 十字軍の遠征 | ・磁気コンパスが使われる(1200〜) ・元軍筑前に来襲(1281) ・足利義満が明との貿易を始める(1401) |
| １４２０ | 平面海図と羅針盤(コンパス)が始めて航海に実用される | ・室町幕府は明に使者を送り、銅銭と書籍を求める(1474) |
| １４９２ | コロンブス（イタリア人）が西インド諸島を発見 | |
| １５２０ | マゼラン海峡の発見 | ・フランシスコ・ザビエル来日(1549) ・豊臣秀吉により朱印船貿易が始まる(1592) |
| １５９８ | ドイツの天文学者ヨハン・ケプラーが潮汐の理論を発表 | ・徳川家康がウイリアム・アダムスに命じ、洋式帆船を造らせる(1605) |
| １６２８ | **バーサ号沈没** | ・ニュートン、ライプニッツらが微積分を発達させる。 ・オイラー(1707)、シンプソン(1710)らが生まれる |
| １７３６ | 英人ハルスは引船に用いる蒸気船を発明 | ・伊能忠敬が沿海実測全図を完成させる(1813) |
| １９１２ | タイタニック号の沈没 | |
| １９１４ | 第一次世界大戦始まる | |
| １９３９ | 第二次世界大戦始まる | |

表 １：テキストの一部

図３：ヴァーサ号（1628 年）

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.186-196、2005年3月

・ 設計ミス
・ 材料が悪かった（お金が足りなかった）
・ 手抜き工事。
・ 船員の技術が足りなかった
・ 進水した途端に船に穴があいた
・ 安定性が悪かった

などがあった。
この質問でのねらいとしては船の運航には「バランス」が非常に重要であることに気付くことであり、授業ではそれについて考えていくことを伝えた。

写真２：アルキメデスの原理について説明する生徒

重心を求める数学が発達していなかったこと、つまり、ヴァーサ号の具体的沈没原因として、通常、船底に積む重心を下げるためのおもりである「バラスト」を十分に積み込めなかったことや、大砲を船の上方に積みすぎて重心が上昇してしまったことが原因であるということを最初に話した。

写真３：原典解釈する生徒

次に、事故の２０００年も前にこのような物体のバランスについて考えていた人物として「アルキメデス」をとりあげた。物理既習者対象ということで生徒の一人を指名し、アルキメデスの原理を説明してもらった。（写真２）
念のため他の生徒にも確認をしたところほとんどの生徒がその概要を知っていた。アルキメデスについてはこのアルキメデスの原理ばかりが取り上げられるが、アルキメデスはその原理だけではなく、流体中に浮く物体について様々な考察をしていたことを説明し、彼の書いた文献の英語訳「On Floating Bodies」の Proposition2 の解釈を行ってもらった。

英語とあってなかなか苦戦していたが、日本語訳を見ながら何とか解釈を進めていった。次のような会話が見られた。「直角切片」という言葉がわからない人が多かったようだ。

［対話１］
教師：回転放物体ってどんなの？
生徒 A：ラグビーボールを半分に切った　ような形かな…？
教師：そうだね。じゃー、直角切片って何？
生徒 A：…わからない…
生徒 B：テキストに図を書く

（写真３）

生徒C：直角切片っていうのはよくわからないけど…（この命題２についてほぼ理解したと思われる発言をする）（写真４）

教師：（黒板で直角切片の説明）

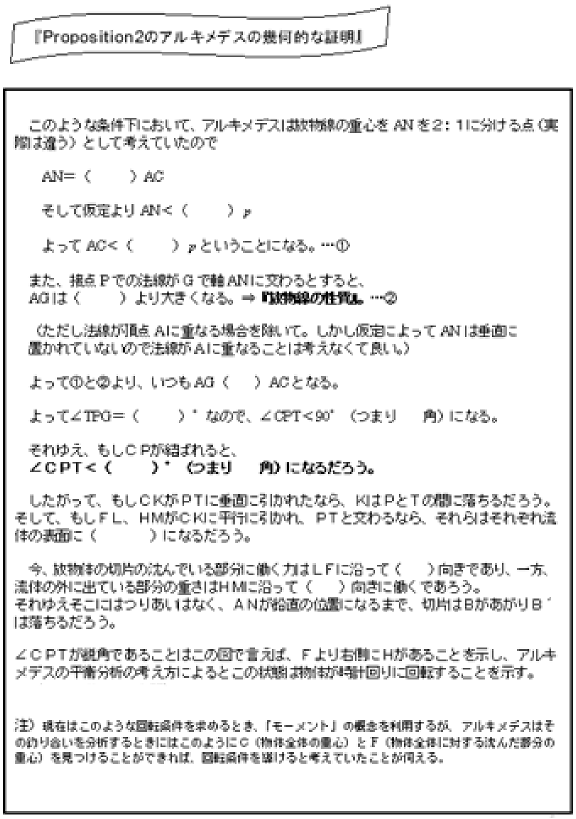
写真４：解釈したことを説明する生徒

アルキメデスは回転放物体で考えていたがそれを製作するのは困難だったので、図３のような形の木片で実験をすることを伝える。なぜかというと、つりあいを考えるのは、直角切片についてであるので、それを張り合わせた形で考えると、十分な厚さがあれば前後の動きを無視でき、その断面についてのつりあいを考察することができるということを伝える。

そしてここでアルキメデスの重心の位置関係によるつりあいの考え方の説明をした。（図１）

アルキメデスによる方法により、回転放物体の直角切片の軸が $\frac{3}{4}p$（pは $y=\frac{1}{p}x^2$ のp）より小さい場合、元に戻ることの証明をしてもらった。（図５）

（ここでのpについて…アルキメデスは当時からよく知られていた CO＝一定（図５）という性質を用いて証明をおこなっていたが、今回の受講者は数学C未習であり放物線を図形的に考えたことがなく、二次関数としてしか扱っていないため。アルキメデスが文字式を使っていたわけではないが便宜上 $y=\frac{1}{p}x^2$ を考えた。そしてその時 CO＝$\frac{1}{2}p$ となることを説明した。）



『Proposition2のアルキメデスの幾何的な証明』

このような条件下において、アルキメデスは放物線の重心を AN を２：１に分ける点（実際は違う）として考えていたので

AN=（　　）AC

そして仮定より AN<（　　）p

よって AC<（　　）p ということになる。…①

また、接点Pでの法線がGで軸ANに交わるとすると、
AGは（　　）より大きくなる。⇒『放物線の性質』…②

（ただし法線が頂点Aに重なる場合を除いて。しかし仮定によってANは垂直に置かれていないので法線がAに重なることは考えなくて良い。）

よって①と②より、いつもAG（　　）ACとなる。

よって∠TPG=（　　）°なので、∠CPT<90°（つまり　　角）になる。

それゆえ、もしCPが結ばれると、
**∠CPT<（　　）°（つまり　　角）になるだろう。**

したがって、もしCKがPTに垂直に引かれたなら、KはPとTの間に落ちるだろう。そして、もしFL、HMがCKに平行に引かれ、PTと交わるなら、それらはそれぞれ流体の表面に（　　）になるだろう。

今、放物体の切片の沈んでいる部分に働く力はLFに沿って（　　）向きであり、一方、流体の外に出ている部分の重さはHMに沿って（　　）向きに働くであろう。
それゆえそこにはつりあいはなく、ANが鉛直の位置になるまで、切片はBがあがりB´は落ちるだろう。

∠CPTが鈍角であることはこの図で言えば、Fより右側にHがあることを示し、アルキメデスの平衡分析の考え方によるとこの状態は物体が時計回りに回転することを示す。

注）現在はこのような回転条件を求めるとき、「モーメント」の概念を利用するが、アルキメデスはその釣り合いを分析するときにはこのようにG（物体全体の重心）とF（物体全体に対する沈んだ部分の重心）を見つけることができれば、回転条件を導けると考えていたことが伺える。

図４：テキストの一部
（つりあいの条件の幾何的証明）

次に、アルキメデスの時代にはなかった代数的な解法を行ってもらった。

図２で∠PTN＝θと置きTLとTKの長さの関係よりCとFの位置関係を考えることによってアルキメデスの幾何的な方法と同様に解答が得られることを理解したようだ。

授業後も木片を用い、討論をする生徒の姿が見られた。（写真５）

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.186-196、2005年3月


写真５：授業後にも関わらず議論が白熱

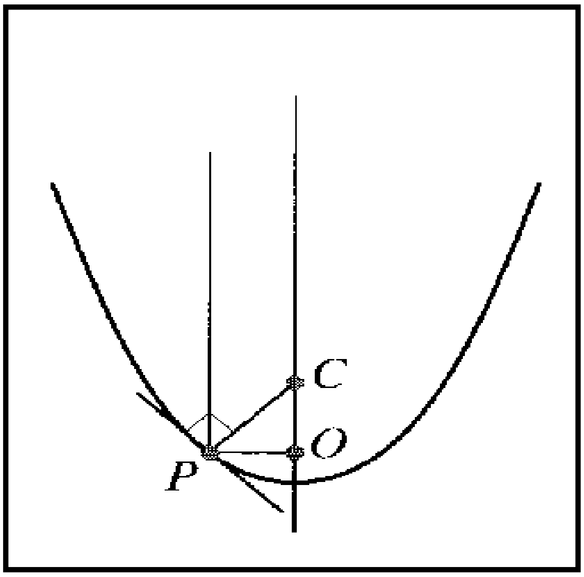


図５：放物線の性質

＜２時間目＞

1時間目の復習から入った。

『軸の長さが$\frac{3}{4}$pより小さいと、回転放物体は傾けても軸が鉛直になるような位置に戻った。では軸の長さが$\frac{3}{4}$pより大きくなるとどうだろうか？』と生徒に問い掛けた。

生徒の答えは単純に『パタッと倒れる』『倒れないと授業にならない』というものであった。その上で放物体を使って実験してもらった。しかし、結果は異なるものであった。これにより、生徒が軸の長さのみで転覆が決まると勘違いしていることがわかる。


写真６：予想を立てて実験する生徒

ここで、放物体の軸が$\frac{3}{4}$pより大きくなる時の転覆条件を考察したアルキメデスの原典の英語訳『On Floating Bodies（浮体について）』の Proposition4 の原典解釈に入る。

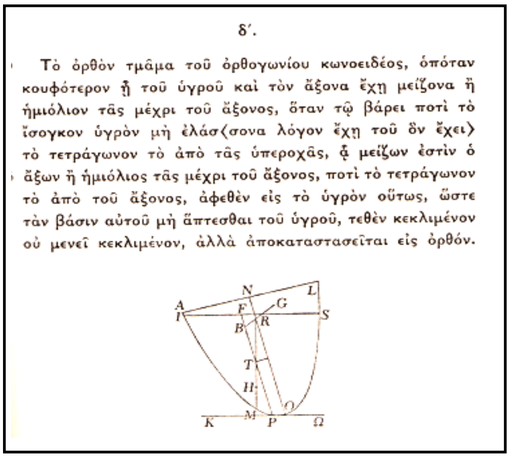
$\frac{(AN-\frac{3}{4}p)^2}{AN^2}$＜回転放物体の比重＜１であれば、それは、軸が鉛直になるような位置に戻ることを解読したようだ。

次にアルキメデスの発見方法を追う（証明によって）かなり難解な証明であったが、全

員が解いた。

最後に、アルキメデスが導出した、放物体の軸の長さと比重の関係式を用い、事前に計測した木片の比重を代入し､転覆条件を導出し､計算結果を確かめるための実験を行った。

写真７：予想がはずれ考え込む生徒



δ′.

Τὸ ὀρθὸν τμᾶμα τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπόταν κουφότερον ᾖ τοῦ ὑγροῦ καὶ τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ὅταν τῷ βάρει ποτὶ τὸ ἴσογκον ὑγρὸν μὴ ἐλάσ⟨σονα λόγον ἔχῃ τοῦ ὃν ἔχει⟩ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ μείζων ἐστὶν ὁ ἄξων ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ποτὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, ἀφεθὲν εἰς τὸ ὑγρὸν οὕτως, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τεθὲν κεκλιμένον οὐ μενεῖ κεκλιμένον, ἀλλὰ ἀποκαταστασεῖται εἰς ὀρθόν.



図６：｢浮体について｣

アルキメデス著　ギリシア語訳

## ６．議論

事前・事後アンケートより課題１～４についての考察を行っていく。

**課題１：物理現象を解析しているアルキメデスの原典の T.L.Heath の英語訳である「On Floating Bodies（浮体について）」の解釈とそこに記載されているような状況を道具を用いて再現することで、生徒は物理現象と数学の関わりを見出し、自ら発見し、体験する喜びを味わうことができるのか考察する。**

事前アンケートにおいて「数学は机の上でやるものだ」という質問に対して「あまりそうは思わない」「全くそうは思わない」と回答した生徒は３名（全体４名）であった。事後アンケートにおいての同じ質問に対し、その回答は４名となった。この結果より、生徒は道具を使うことによって、自ら発見し、体験する喜びを味わうことができたと思われる。また、事後アンケートの「授業を受ける前と後で変化した数学に対する考えはあるか。」という質問に対し、

・ 数学単体で独立⇒物理などとの関係が思ったより深かった。

のような回答があり、生徒は物理現象と数学の関わりを見出したと言える。

**課題２：生徒は、数学史（造船の歴史）を用いた学習によって、数学と人間の関わりを通して、数学のよさを感じることができるかを考察する。（また、微分積分を未習である生徒に対し、微分積分の有用性を数学史を用いて伝えることで、学習の動機付けを行う）**

事前アンケートにおいて「数学に歴史を感じる」という質問に対して肯定的な回答「非常に実感する」「少し実感する」と回答した生徒は４名（全体４名）であった。事後アンケートにおいての同じ質問に対して、肯定的な回答は４名（全体４名）と変わらなかった。受講者ははじめから数学に対して意識が高かったため変化は見られなかった。さらに事前ア

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.186-196、2005年3月

ンケートの「歴史に沿って数学を学ぶことの意義はあるか」という質問に対しても、

- ある。どういう流れで思考が発達してきたのか興味がある。またそれとほぼ同様の流れで個人的な数学に対する理解も発達していくのではないか、と少しは思う。
- あると思う。理由：社会が発達するためには数学が不可欠だと思うから。

といった回答があり、事後アンケートでの同様の質問に対しても

- あるのでは。様々な思考パターンを知ることもできる。現在よりは限られた手法の中でどうやって解いたのか興味あり。
- 価値がある。理由：流れがあるので、関連性があって勉強しやすい。
- 最近のものを理解するには、以前の単純な方法を理解しないと難しいと感じた。

「単純に数学の能力を上げるということならあまり必要ないと思う。」というような意見も聞かれたが、ほとんどの生徒が、最初から高い意識で学習しているためかほとんど変化が見られなかった。ただし、「これからどのように数学を学習して行きたいか」という事後アンケートの質問に対し「３年になったら数学をやらない（文系）ので、大学に入ったら数Ⅲ、数Ｃを勉強しようと思う」といった頼もしい意見も聞かれ、課題２は達成されたと言える。

**課題 3：数学が身の回りに存在し、日常の中に存在していることを実感することができるかを考察する。（日頃利用する、あるいは利用しないまでもよくテレビなどで見かける「船」を題材にして学習していくことにより数学が様々なところに存在することを感じ取れるか。）**

事前アンケートにおいて「数学が日常の中で使われていることを実感する」という質問に対して肯定的な回答「非常に実感する」「少し実感する」と回答した生徒は２名（全体４名）であった。事後アンケートにおいての同じ質問に対して、肯定的な回答は４名（全体４名）となり、数学が以前よりも身近に感じられるようになったといえる。

また、「授業を受ける前と受けた後で数学に対する考えはあるか。」という事後アンケートの質問において、

- 数学の実用性というか生活の中での大切さを痛感した

他に、「これからどのように数学を学んで行きたいか。」という事後アンケートの質問に対して、

- 実用性を意識してみたいと少しばかり考えてみたく考えました。（実用面で）使うことを意識してみます。

といった回答がみられ、数学が様々なところに存在することを感じることができたと言える。

**課題４：アルキメデスの物理現象の分析方法を追体験することにより、現象に対するアプローチの現在との違い、共通点を知ることにより数学に対する新しい考え方を得ることができるかを考察する。（生徒が人の営みとしての数学を認識し、自らの数学文化とは異なる新しい数学の考え方を共感的に認めることができるか。）**

事前アンケートにおいて「問題の解き方は、時代によって変わるものである」という質問に対して肯定的な回答「非常に実感する」「少し実感する」と回答した生徒は２名（全体4 名）であった。事後アンケートにおいての同じ質問に対して、肯定的な回答は 4 名（全体４名）となり、自らの数学文化とは異なる新しい数学文化を認めることができたと言える。

また課題２に対するアンケートの中にもあるが、「歴史に沿って数学を学ぶ意義」について

- 現在よりは限られた手法の中でどうやって（問題を）解決した興味あり.
- 最近のものを理解するには、以前の単純な方法を理解しないと難しい

のような、数学に対する新しい考え方を得たと考えられる。

また、「今の数学に比べ昔の数学は劣っている」という質問に対し、事前アンケートでは「あまりそう思わない」「全くそう思わない」と回答した生徒は３名（全体４名）であった。事後アンケートにおいての同じ質問に対しての回答は４名（全体４名）となり、昔と現在の考え方の違いを感じつつも、アルキメデスの考え方に素晴らしさを感じたようだ。

また授業の感想として「概念や考え方を教わる数学とは違い、いかに問題を解決するかに重点が置かれていて、楽しかった」「数学の実用性というか生活の中での大切さを初めて実感した」などのような意見もあった。

## ７、おわりに

本研究では、数学と物理現象を関連させることにより、その重要性、よさを改めて認識することを目的として授業を行った。その結果、生徒がそれらのことを感じ取ったということは、議論より明らかである。ただ、「難しい言葉が多かったりして、分かりづらいところもあった」「考えるのが難しかった。特に証明の仕方はガイドが無ければとても出来ないと思った。」など内容の難しさをあげる声もあった。また道具が原典の内容と違うものであったことは改善の余地があるところである。

### 謝辞

研究授業の実施に際して、筑波大学附属高校の川崎宣昭先生をはじめ、多くの方々から貴重なご意見、ご指導をいただきました。深く御礼申し上げます。

注）本研究は、平成１６年度科学研究費、特定領域研究（2）課題番号 15020214「数学用機械と JAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化教材」（研究代表者礒田正美）において開発された歴史道具を前提にして、平成 16 年度科学研究費、基盤研究（B）(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」（研究代表者礒田正美）の一環として行われた。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(12)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.186-196、2005年3月

引用・参考文献

（１） 文部科学省（1999）高等学校学習指導要領
（２） 礒田正美（2001）異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察 ―隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて―
（３） T・L・Heath　The works of Archimedes with the method of Archimedes
（４） 伊東俊太郎.　科学の名著９　「アルキメデス」. 朝日出版社
（５） Charles Mugler.  ARCHIMEDE TOMEⅢ
（６） Sherman Stein.  Archimedes　What Did He Besides Cry Eureka? *Published and Distributed by* THE MATHMATICAL ASSOCIATION OF AMERICA
（７） 佐藤利蔵.　初等船舶理論　成山堂書店
（８） 全国造船教育研究所(1975).　造船工学　海文堂出版
（９） 上野喜一郎（1980).　船の世界史・上巻　舵社
（１０）ティリオ・クカーリ、エンツォ・アンジェルッチ共著（1895　堀元美[訳]） 船の歴史事典　原書房
（１１）杉原喜義（1967).　理論運用学　海文堂出版
（１２）池田勝（1971).　船の構造　海文堂出版
（１３）ロモラ、R.C.アンダーソン共著（1999 松田常美[訳]）　帆船 6000 年のあゆみ　成山堂書店
（１４）スチュアート・ホリングデール（1993 岡部恒治 監訳）数学を築いた天才たち　上・下　講談社
（１５）中村友也（2003). アルマゲストを原典とした弦の表に関する授業実践―天文学との関わりを踏まえて―. 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（10）筑波大学数学教育学研究室、pp. 68 - 80
（１６）小林真人（2003). 球の体積の公式指導に関する授業研究―アルキメデス「方法」を題材にして―. 中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（10）筑波大学数学教育学研究室、pp. 93 - 102