

授業資料

折り紙で ユークリッドに挑戦 ～ 第1日目：古代ギリシアの数学～



年	組	番
氏名		

授業者：常國 敬太郎
(筑波大学大学院修士課程教育研究科1年)

古代ギリシア時代の数学

ギリシア人らは、平面状の図形のうちでは、直線と円とが最も美しい図形であると考えていた。この直線は、定木を用いて描くことができるし、この円はコンパスを用いて描くことができる。そこで彼らは、定木とコンパスだけを用いる作図こそ真に幾何学的な作図であるとした。

(矢野健太郎著『幾何の発想』より)

古典期初期のギリシア数学は、2つの道具の使用に基づいていた、というより実際のところは束縛されていた。その2つの道具とは、直線を引いたり延ばしたりするための目盛りのない定木と、円を描くためのコンパスである。

(スチュアート・ホリングデール著『数学を築いた天才たち』より)



古代ギリシア時代では問題が与えられたとき

() と ()
のみを使って解いていた!

定木と定規の違いはなんだろう?

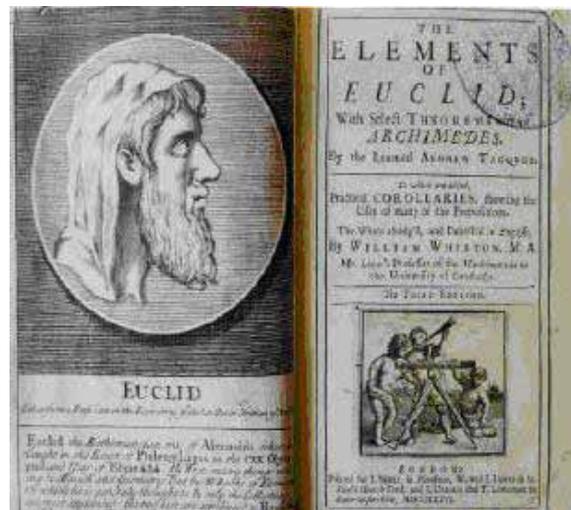
()

表紙の人：ユークリッド (Euclid)

- ・ 紀元前365年～紀元前275年
- ・ 古代ギリシアの数学者、天文学者、哲学者
- ・ 幾何学の創始者 古代ギリシア時代の幾何学を「ユークリッド幾何」とも言う。
- ・ 『ユークリッド原論』の著者

ユークリッド原論

『原論』は全部で13巻から構成され、467もの命題を含んでいるので、我々はこの本から、ギリシア古典期の初歩的な数学的知識をすべて見出すことができる。エウドクソス、テアイテトス、ピュタゴラスの業績を、集約し体系化した著作である。この中には、結論が一連の命題(証明すべき「定理」と、定木とコンパスだけを用いて作図できる「問題」)として提示されている。



ユークリッド原論 (英語翻訳版)
ヴェネツィア、1482年版

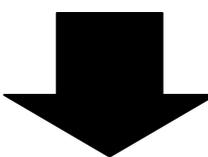
ユークリッド原論における公準（要請）

公準（要請）

次のことが要請されているとせよ。

1. 任意の点から任意の点へ直線をひくこと。
2. および有限直線を連続して一直線に延長すること。
3. および任意の点と距離(半径)とをもって円を描くこと。
4. およびすべての直角はお互いに等しいこと。
5. および 1 直線が 2 直線に交わり同じ側の内角の和を 2 直角より小さくするならば、この 2 直線は限りなく延長されると 2 直角より小さい角のある側において交わること。

公準・・・自明ではないが、証明不可能な命題。
つまり、ユークリッドが「この原論の中ではこのように考える」と要請したもの。

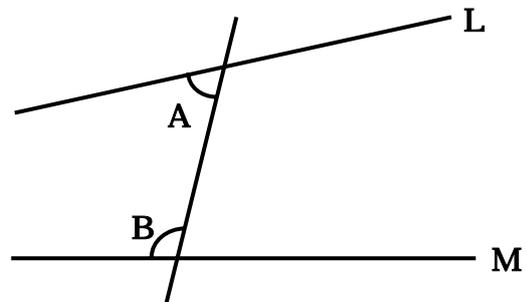


つまり、定木とコンパスのみを使う作図では、上の5つの公準のみが認められているということ！

補足

公準5は一見わかりづらいですが、右図のように・・・

$A + B < 180^\circ$ のとき
直線 L と直線 M が A と B のある側で交わる。



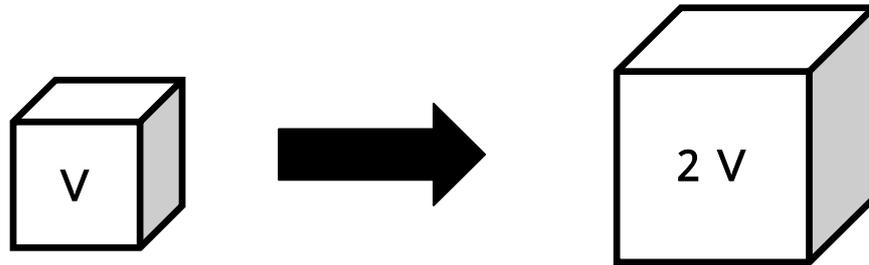
ということですが。

WORKSHEET

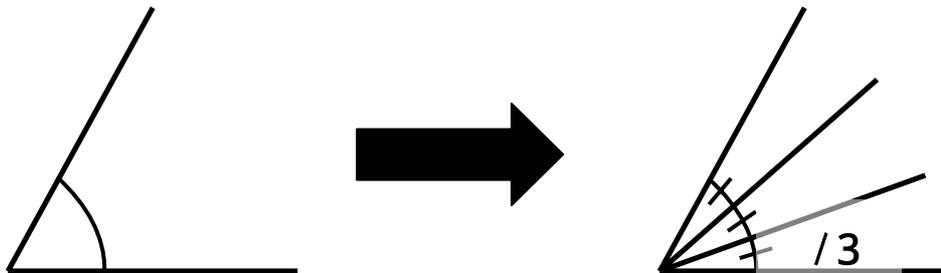
ワークシートの問題 を解いてユークリッド原論を体験しよう。

ギリシア三大作図問題

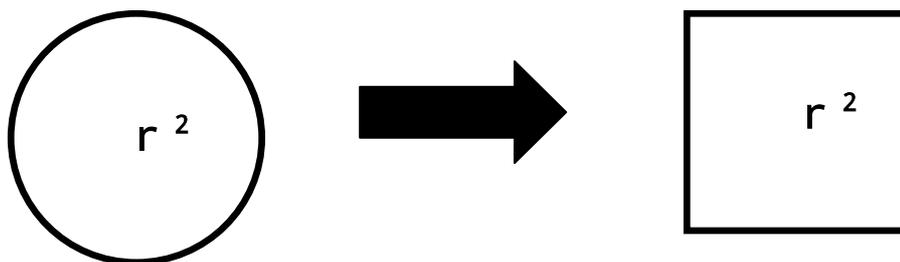
与えられた立方体の2倍の体積を持つ立方体を作図せよ。(立方体の倍積)



任意に与えられた角を3等分せよ。(角の三等分)



与えられた円と同じ面積を持つ正方形を作図せよ。(円の平方化)



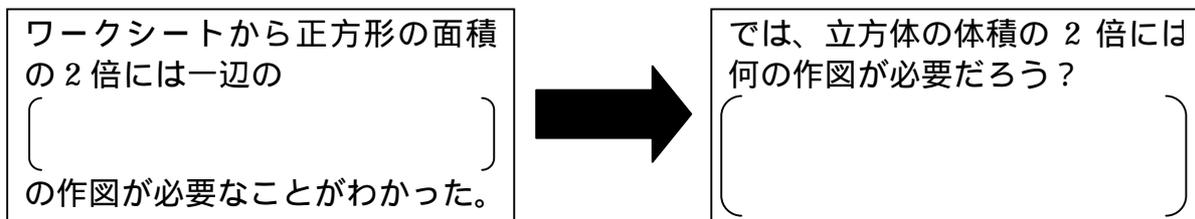
およそ数学の問題の中で、これら3問題ほど、長い間熱心に根気よく論究されたものはないだろう。ギリシア人の最高の知力はこれに傾けられ、およそ文芸復興(ルネサンス)時代の最大の数学者たちもこの問題に取り組んだ。

(T.L.ヒース著『カジヨリ初等数学史』より)

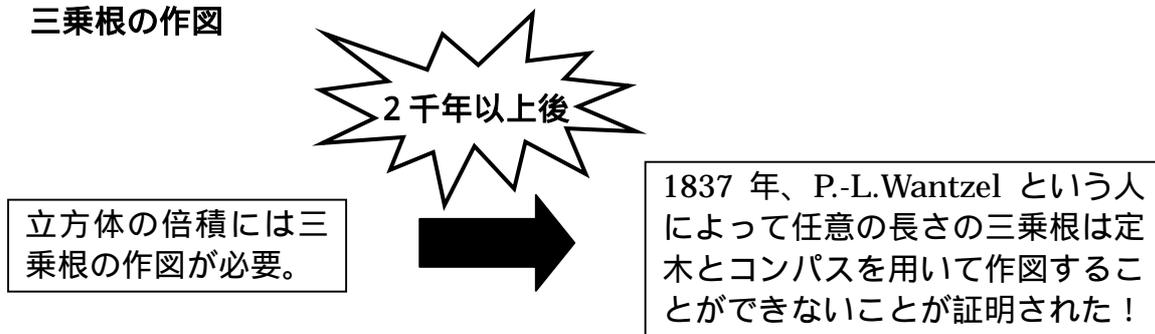
正方形の面積の 2 倍



立方体の体積の 2 倍



三乗根の作図



ただしその方法は、コンパスと定木でできることを文字に変換し、方程式を解くという代数的な証明方法であった。

折り紙の折り方

ORIGAMI

以下の折り方 ~ を試してみよう！

折り方

平行でない2つの直線が与えられたとき、ただ1つの交点を折ることができる。

折り方

2つの平行な直線が与えられたとき、これらと平行で等距離にある直線を折ることができる。

折り方

互いに交わる2つの直線が与えられたとき、これらの角の2等分線を折ることができる。

折り方

異なる2点が与えられたとき、2点を結ぶただ1つの直線を折ることができる。

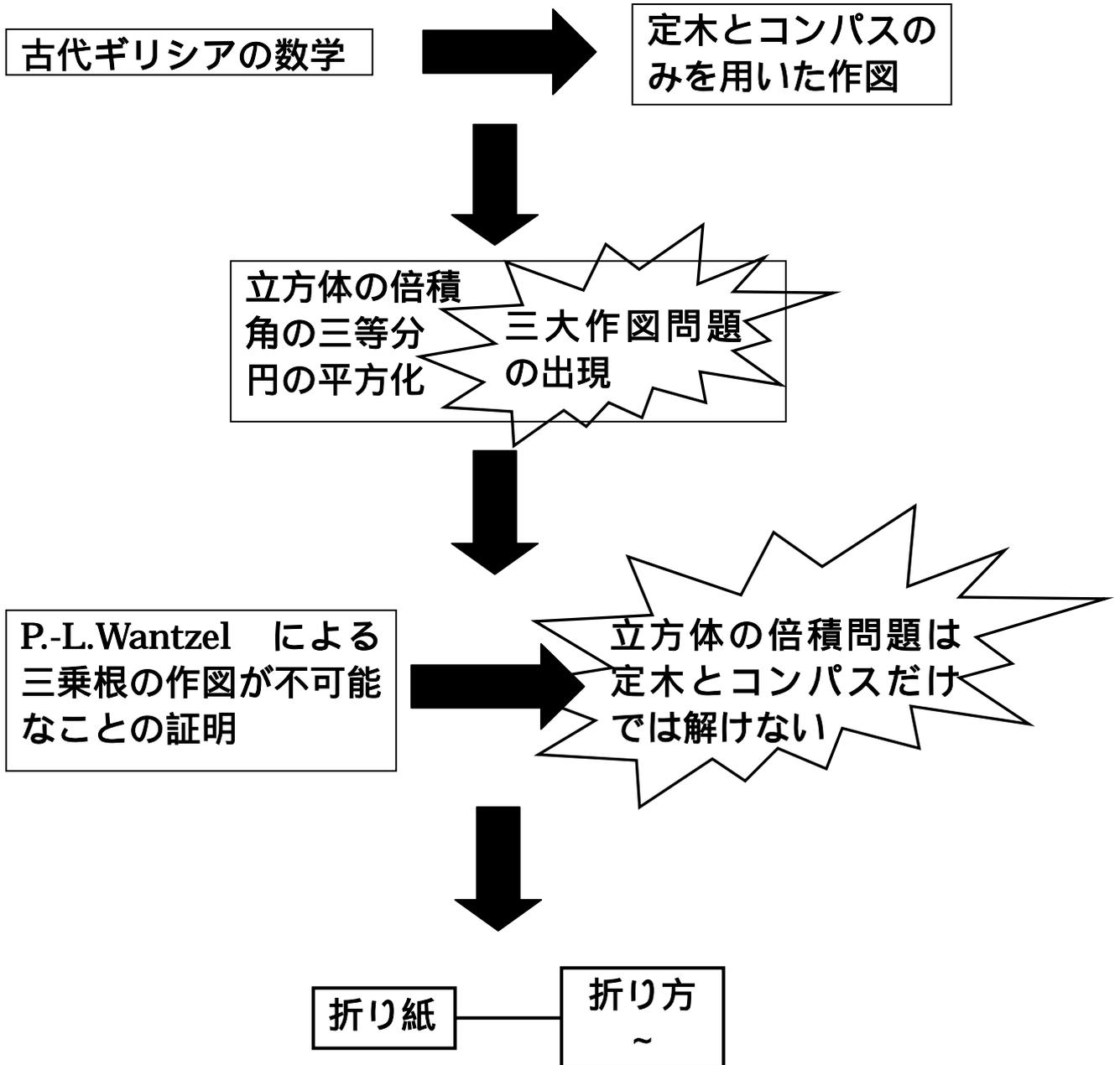
折り方

異なる2点が与えられたとき、その2点の垂直2等分線を折ることができる。

折り方

点Pと直線Lが与えられたとき、点Pを含み直線Lと垂直に交わるただ1つの直線L'を折ることができる。

今日のまとめ



次回予告

折り紙とユークリッド幾何との対応を考えながら、折り紙による立方体の倍積問題の解法を探究していきます！