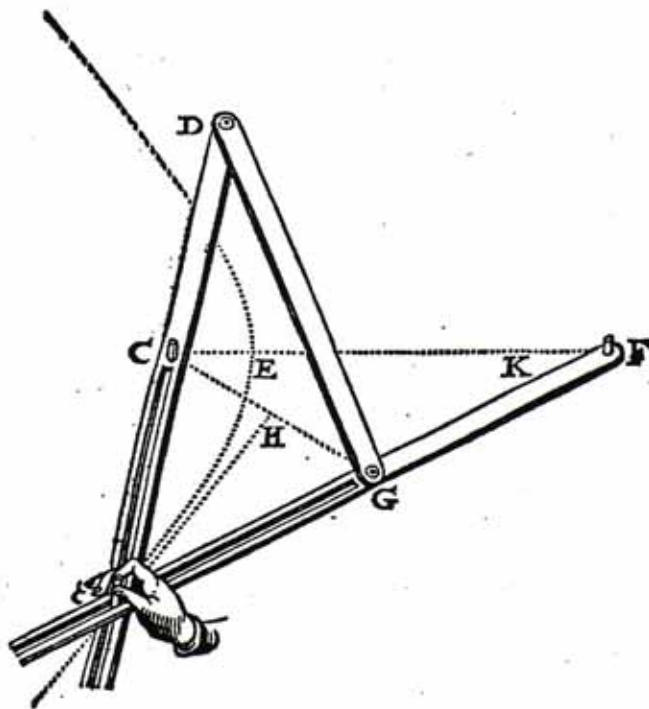


曲線を描こう！

コントラパラレログラムを利用した作図



3 年 組 番 氏 名

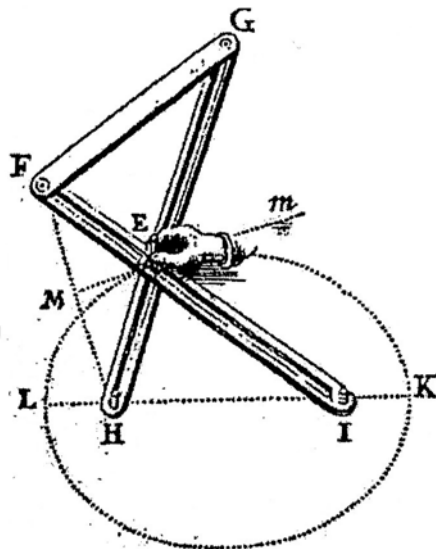
授業者：筑波大学大学院教育研究科 1 年 江田慶彦

0. 復習

・メガネや望遠鏡のレンズを作るために曲線を描く必要があった。

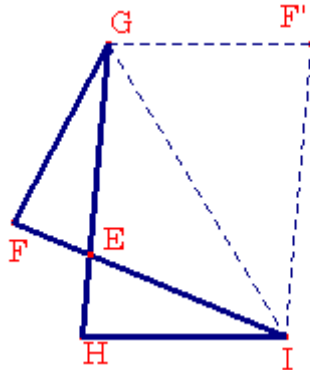
・楕円とは
「ある 2 点からの距離の和が常に一定の点の集まり」である。

・楕円を描ける道具は杭と紐から、コントラパラレログラムへと発展した。



・コントラパラログラムを利用して描ける図形は楕円であった。

では、点 E の描く図形は本当に楕円となっているのだろうか証明してみよう。



(証明) 平行四辺形 $HIF'G$ の対角線 GI に対して F' を線対称移動したものが F であるから、 IFG は $IF'G$ を折り返した図形となっている。

よって、

$$FG = F'G = HI \quad \dots$$

$$FEG = HEI \quad \dots$$

$$GFI = GF'I = IHG \quad \dots$$

より $EGF = EIH \quad \dots$

よって、より 2 角夾辺相等なので、

$$HIE = FGE$$

したがって、 $HE + IE = HE + GE = HG$ (一定)

つまり、点 E は点 H 、 I からの距離の和が常に一定となっているので、点 E が描く図形は楕円である。

2 . 双曲線の定義

意識

(略)

二本の杭を点C、Fに立てる。長い定規の一端にもう少し短い紐を結びつけ、その定規の他端に穴を開け、Fにはめる。その紐の他端に環をつけ、これをCにはめる。次に指を定規と紐のくっついている点Nにおき、そして指をそこからEまで滑らせる。ただし、常に点Nから指が紐に触れる箇所まで張り付いたように紐を定規にくっつけ、しかもぴんと張っているようにする。このようにして、指を下げるにつれてこの定規を杭Fの周りに回らせると、地面に曲線n Eを描く。これが()の一部である。その後、その定規をもう一つの側、oの方に回し、同じようにして()の残りの部分Eoを描く。さらに紐の環を杭Fにはめ、定規の端を杭Cにはめるならば、もうひとつのまったく相似形で反対向きの()が描かれる。

棒の長さ NF、紐の長さ $N + C$ は常に一定の長さ。

$$F = FN - N$$

$$F - C = FN - N - C$$

$$= FN - (N - C)$$

$$(棒の長さ) - (紐の長さ) = (一定の長さ)$$

要するに

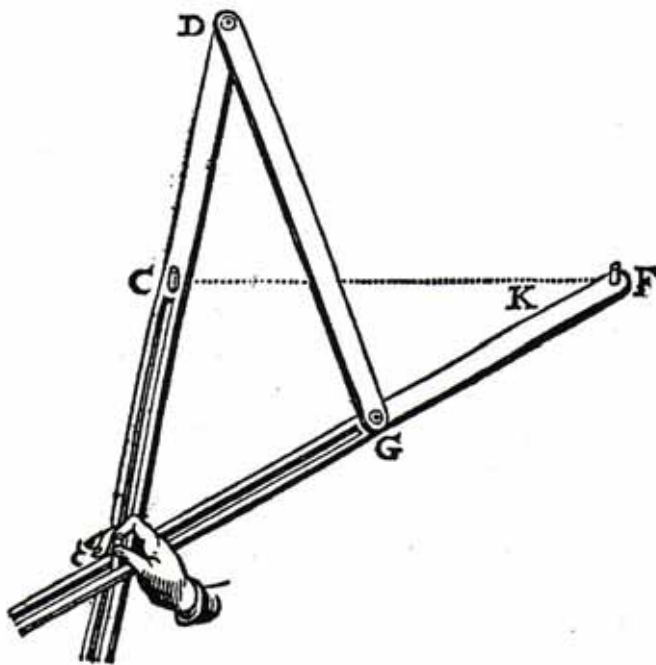
双曲線とは

である。

なぜ双曲線を描く必要があるのか。

3. (_____) を利用した作
図

スホーテンは「ORGANICA」の中で図のような道具を使って作
図をしています。



スホーテン「ORGANICA」より

この図を見てなにか気がついたことはありますか。

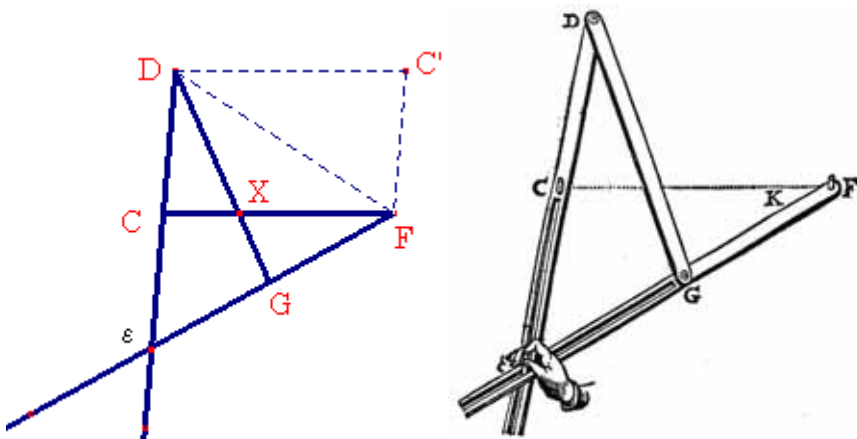
コントラパラレログラム を組み立てよう！

コントラパラレログラムとは・・・

交叉平行四辺形を利用した道具（右下図）。
交叉平行四辺形とは左下図実線部のような平行四辺形を対角線で折り返した図形。

$DC = FG$ 、 $DG = FC$

DC、FG それぞれの延長線の交点を点 ϵ とする



CF を固定し、D が点 C のまわりを回転するとき点 ϵ はどのような動きをするだろうか。

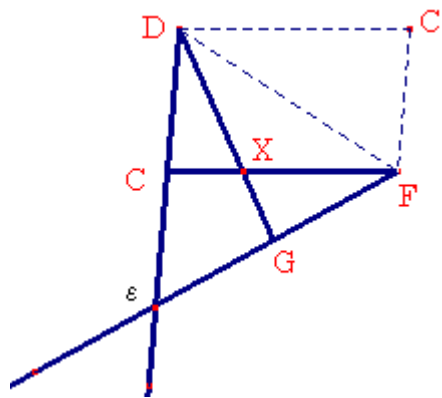
コントラパラレログラムを動かして点 ϵ の動きをなぞってみよう。
ただし、 $CD < CF$ とする。

点 P の動きをなぞってみると、() を描く。

双曲線の定義は

「ある 2 点からの距離の差が常に一定の点の集まり」であった。

では、点 P の描く図形は本当に() となっているのだろうか証明してみよう。



(証明)

交叉平行四辺形の性質より、 $DG=FC$. . .

$\angle DCX = \angle FGX$. . . (前回の証明より)

より、 $DG = FC$. . .

$$\angle DGC = 180^\circ - \angle FGX$$

$$= 180^\circ - \angle DCX = \angle FCX \text{ . . .}$$

より 2 角夾辺相等なので、

$$DG = FC$$

よって、 $|PF - PC| = |PF - DG| = |FC|$ (一定)

つまり点 P は点 C 、 F からの距離の差が常に一定となっているので、点 P が描く図形は() である。

4 . まとめ

- ・双曲線とは
「ある 2 点からの距離の差が常に一定の点の集まり」である。
- ・コントラパラログラムの短い辺を固定すると楕円が描け、長い辺を固定すると双曲線が描ける。
- ・コントラパラログラムを使うことで楕円、双曲線の 2 つの図形を作図できる。