中国の数学―海島算経

二日目

筑波大学大学院教育研究科
数学教育コース
黄　秀蘭

三年＿＿＿組＿＿＿番

＿＿＿＿＿＿＿＿

二日目：

前にも話したように、劉徽（リョウヘ）は九章算術の注釈に手をかけた一番有名な数学者です。彼は中国の山東省淄川の人で、東漢の終わりに生まれ、三国時代の魏時代に生きており、三国時代から新しい時代に変わった晋時代に死んだと言われています。

彼の貢献は、割円術、十進法の小数、円周率、プラスとマイナスの数の利用、《海島算経》（ハイダオスヮンジン）の著作などです。

長い時代に渡り、求めあげた正確な円周率を次の表にのせます。

数学者	生没	正確度（小数点以下）
アルキメデス（ギリシャ）	紀元前 287 － 212	3.14（2 桁）
劉　徽（　中国　）	紀元　263　（およそ）	3.1416（4 桁）
祖　沖之（　中国　）	429−500	3.1415926（6 桁）
Al - Kashi (イスラム国)	1427	16桁
Viete (フランス)	1540−1603	10桁
Rudolff (ドイツ)	1540−1610	35桁

劉徽は九章算術の注釈を書いて、また、九章算術の最後に「重差」一巻九問をつけ加えましたが、唐代になって単行本に改められました。そして、第一問が海島の高さと距離を測る問題なので、その本は「海島算経」と呼ばれるようになりました。

注、祖沖之——宋の太史令。彼が求めた値は「隋書・律暦志」にあります。密率 $\frac{355}{115}$ と約率 $\frac{22}{7}$ の間にある円周率を計算しました。約率は何承天が求めたものですが、密率は祖沖之の創見です。小数点 6 桁まで正しく、かつてない精密値でした。ヨーロッパでは 1573 年にドイツ人のオットが得たものと一致しており、中国の成果は 1100 年以上を先回っていました。

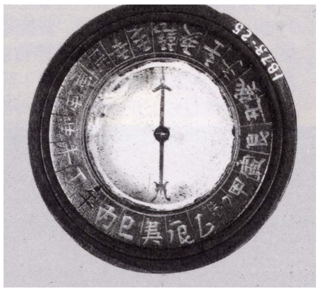
古代および中世の数学史では円周率の精度はきわめて重要な意味を持っています。無理数である円周率をどれほど正確に求めることができているかが、数学発達の程度を示す目印となっているのです。

今回の授業では、劉徽の「海島算経」を中心として問題を解いていこうと思っています。しかしその前に、海島算経の内容、当時の生活に関して、様々な中国人が使いこなした知恵を簡単に紹介します。

皆さんもいっしょに考えてみましょう。

問題、(事前アンケートのチェック)

あなたは中国の三国時代(およそ紀元 300 年、日本の弥生時代)の中国人だったら、あなたはどのように方向を判断しますか。(当時はコンパスがまだ発明されていません)



右の写真は実際に中国の清代に航海に使ったコンパス(中国語は、羅盤または指南針)です。コンパスは中国人が宋の時代に発明したものです(1119 年に最古の記録が見られます)。アラビアから船について学んだ中国人は、コンパスを発明し、まもなく地図の作成の技術と航海術でアラビア人をしのぐようになりました。

しかし、コンパスがまだ世に出ていないとき、中国人はすでに方向を判断できていました。

昼間には太陽の運行によって方向を判断し、

夜には星の位置により、方向を判断したと言われています。

右の図は、方位の１２支です。方向の判断法は中国から日本に渡ってきたとも言われています。

方位に関して、江戸時代以前は、日常会話で東西南北を使わず、１２支を使っていました。北が子（ね）で、北北東が丑（うし）で、東北東が寅（とら）というように、１２方位を表します。

それでは、天文学で使う子午線は、どういう意味を指していると思いますか？

しかし、現在はほとんど１２支を使わずに、東、西、南、北の字を使っています。ここで、東、西、南、北という漢字の歴史をたどってみましょう。

東―日が木の中にあり、朝日がはじめて昇るという意味です。朝日がはじめてのぼるのは東です。

西―酉（とり）が巣の上にいます。つまり太陽が西に沈むと酉が巣に帰ることが方位学の西になりました。

南―外枠は木の字が変形したものです。　は方向を指すという意味です。つまり、草木が南に面して日の光を受けて枝葉が生い茂るのです。すなわち、陽の当たるところは南です。

北―二人の人が背を向けあっています。

ここで、一つの中国人の生活からできた言葉の由来を考えましょう。

買い物という日本語を中国にすると、「買東西」（中国語の読み方はマイドンシー）になります。中国語の「買東西」には、「物」を言わずに、東西という方向の言葉を使ったでしょうか。

右の文章は中国の周代（日本の縄文式文化）の「周髀算経」（しゅうひさんけい）の中で、真東と真西を描く方法の文章です。

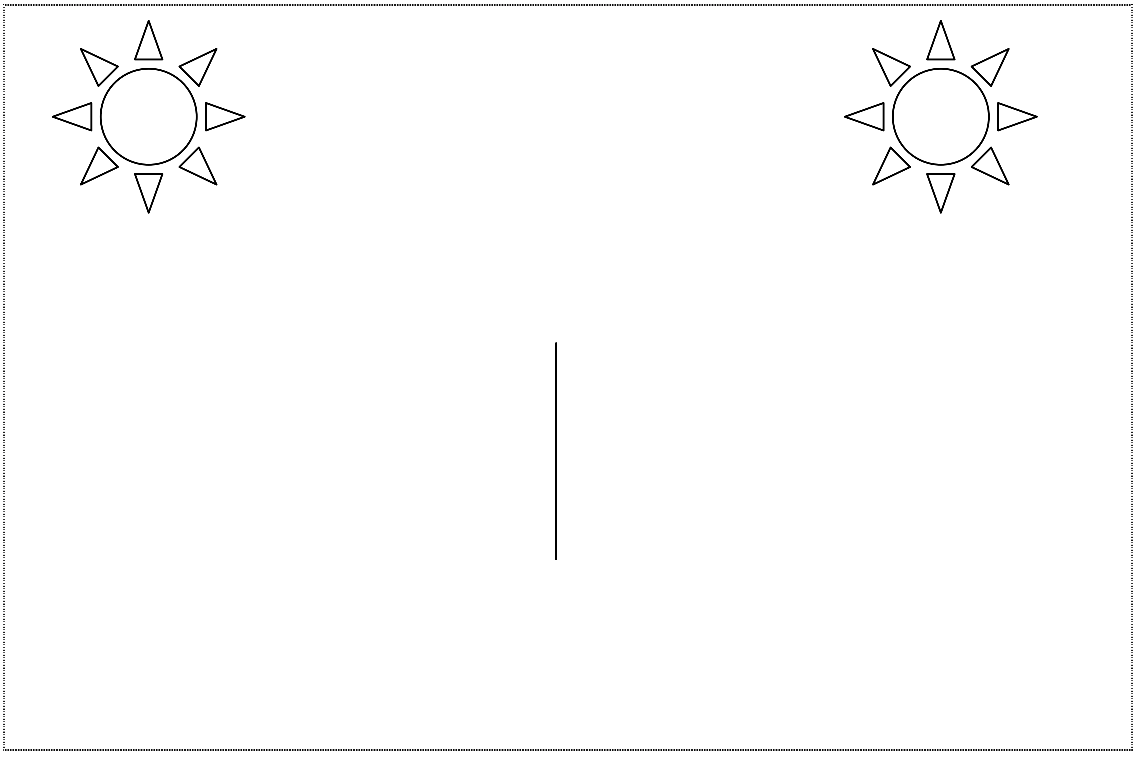
磁石によって方位を知ることは、偏角による誤差が付きまとって、正しい結果が得られません。しかも、磁石の使用はそれほど古い時代にはさかのぼりません。

エジプトの有名なピラッミドの基礎は正方形ですが、それぞれの底辺はほぼ真東、真西もしくは真南、真北を向いていて、その誤差は１、２度に過ぎません。

遠く離れたエジプトと中国は、同じ方法を使っていました。

冬のときの太陽は北東から昇り、北西に沈みます。春のときの太陽は南東から昇り、南西に沈みます。それでは、昔の中国人はどのように、真東と真西を判断したのかを想像してみましょう。

其術曰。立正勾定之。以日始出立表。而識其晷。日入復識其晷。晷之両端相直者。正東西也。中折之。指表者。正南北也。



それでは、「海島算経」に入ります。

前にも話したように、その本の第一問が海島の高さと距離を測る問題なので、「海島算経」と呼ばれましたが、その海島はどこにあるか考察を見ましょう。

劉徽は山東省の人だということは前にも示しました。山東省は海に近い省ですから、考察によると、彼が書いた海島は山東省の上の渤海（ボーハイ）にある島ではないかと思われます。

当時は精密な高さを測る道具がないため、劉徽は影の原理を用いて日時計を使いました。

また、彼が三角形の相似比に基づき、重差(11 ページに参照)（中国語において、重というのは二回という意味で、差は日本語の意味と同じく、数学の引き算をした残りを差という）という計算の仕方を創り、山の高さや谷の深さなどを測りました。


盡羣數也徽尋九數有重差之名原其指趣乃
所以施於此也凡望極高測絕深而兼知其遠
者必用重差句股則必以重差爲率故曰重差

右の文章の日本語訳は、

「凡そきわめて高く望む所や絶えて深い所を測って、そこまでの遠さを知るには、必ず重差が用いられる。勾股の方法に、重差を使って率にするので重差という」。

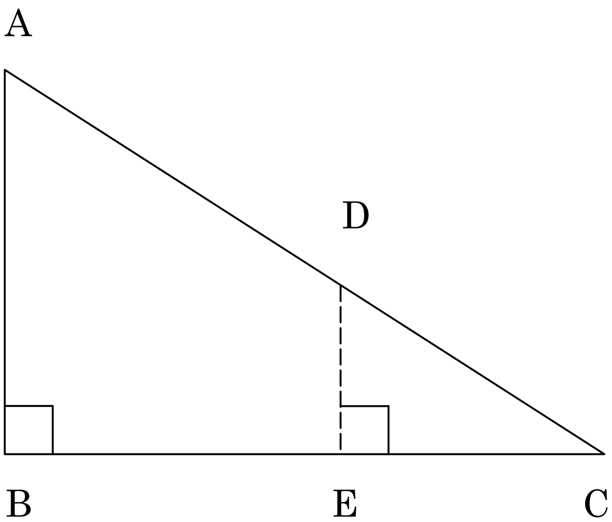
劉徽は、先人の仕事を基に重差の研究を続け、応用しやすいように整理しました。彼は「九章算術」の注釈の序文で、重差術の意味、方法および自身の研究経過についてやや詳しく記述しました。
「重差」という計算の仕方を 11 ページにわたって書き表しました。

予備知識：

ピラミッドの高さを測る方法は二つの説があります。

一つ目は ____

二つ目は ____



△ABC∽△DEC により、

$AB : DE = \underline{\qquad} : EC.$

左の図の中、△ABC と△DEC は相似であることを証明せよ。

1、（海島算経の第一問）海にある島の高さを測りましょう。

海島算經

晉 劉徽撰 唐 李淳風注

今有望海島．立兩表．齊高三丈．前後相去千步．令後表與前表參相直．從前表卻行一百二十三步．人目著地．取望島峯．與表末參合．從後表卻行一百二十七步．人目著地．取望島峯．亦與表末參合．問島高及去表各幾何．答曰．島高四里五十五步．去表一百二里一百五十步．

術曰．以表高乘表間．爲實．相多爲法．除之．所得加表高．卽得島高．

求前表去島遠近者．以前表卻行乘表間．爲實．相多爲法．除之．得島去表數．

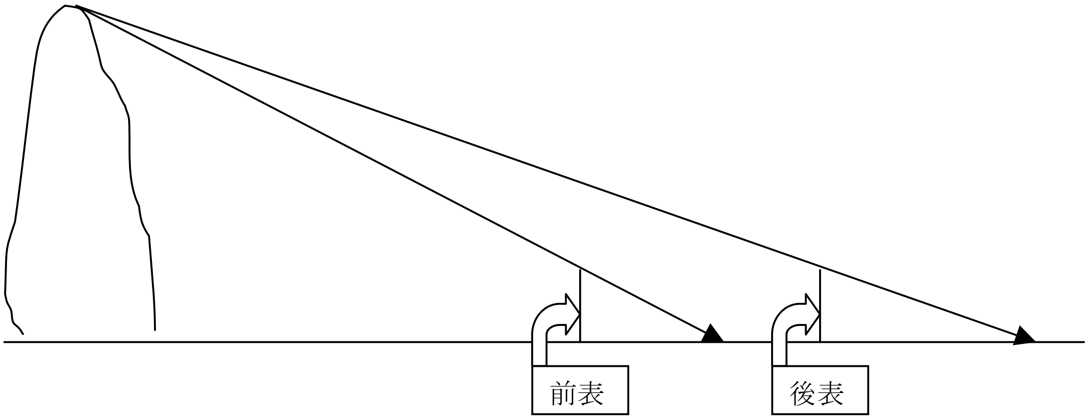
日本語訳：

いま海島を望む。高さ三丈の二個の表（日時計）を、前後を千歩隔てて、前表と後表と海島の三者が一直線になるように立てる。ここで前表から百二十三歩退いて、目を地につけて海島の頂上を望むと、前表の先端に重なる。また後表から百二十七歩退いて、目を地につけて海島の峰を望むと、後表の先端に重なる。問う、島の高さ及び前表からの距離は、それぞれいくらか。

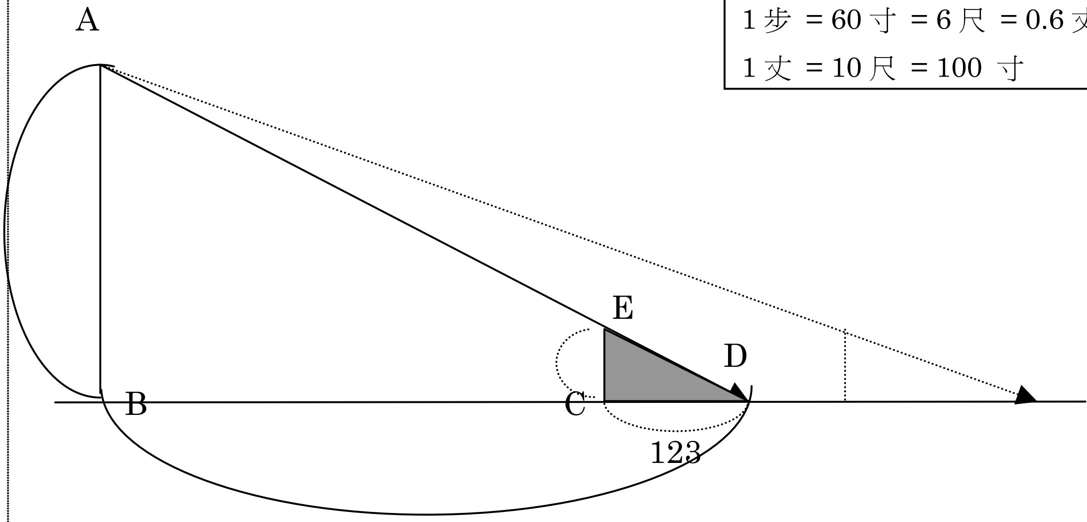
答え：島の高さは、四里五十五歩。距離は、百二里百五十歩。

術（計算法）：表の高さを表の隔たりに掛け、実（被除数）とする。表から退いた歩数の差を法（除数）として、実（被除数）を割る。得た値に表の高さを加えると、島の高さになる。

前表と島の遠近を求めるには、前表から退いた歩数の差に表の隔たりをかけて、実（被除数）とする。前表と後表から退いた歩数の差を法（除数）とし、実（被除数）を割ると、島と表の距離の里数になる。



単位　：　1 里 ＝300 歩
1 歩 ＝60 寸 ＝6 尺 ＝0.6 丈
1 丈 ＝10 尺 ＝100 寸



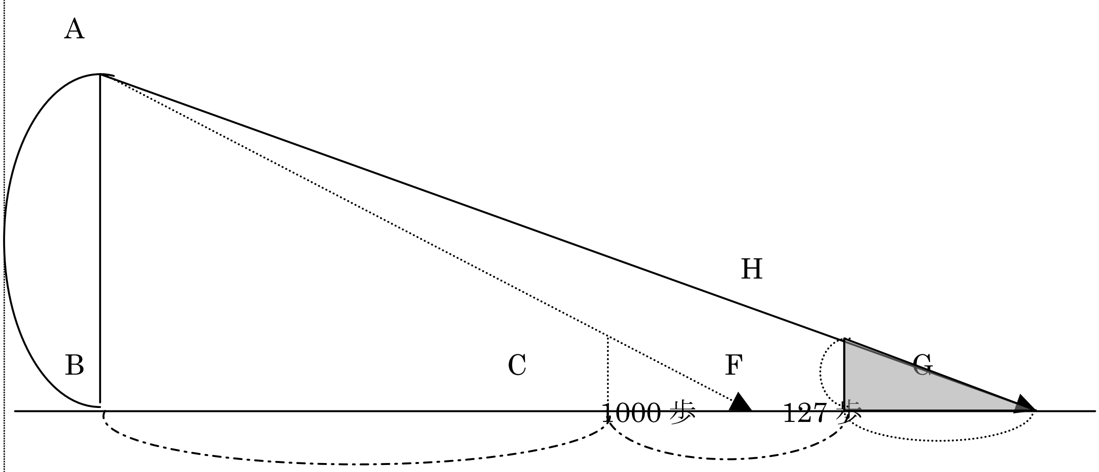
まず、単位を統一しよう。3 丈 ＝________歩。
いまは AB を x 歩として、BC を y 歩とする。

△ ABD∽△ECD により、AB：CE＝________：CD　　・・・・・・・・　(1)

(1) より、x：______　＝　____________：123

123x＝　____________________

x＝______________________　　　・・・・・・・・　(3)



△ABG ∽△HFG より、AB：HF=________：FG　　　 ⋯⋯⋯(2)

BG＝____________________歩。

(2)より、x ：______　＝　____________：127

127x ＝____________________

x ＝ ____________________　　 ⋯⋯⋯ (4)

それで、（3）と（4）より、x と y を求めましょう。

劉徽の重差の解き方（11 ページ）で計算してみましょう。

$$\frac{\text{表の高さ}\times\text{表の隔たり}}{\text{二つの表から退いた歩数の差}}+\text{表の高さ}=\text{島の高さ。}$$

島の高さ＝――――――――――――＋　　　　＝

$$\frac{\text{前表から退いた歩数}\times\text{表の隔たり}}{\text{二つの表から退いた歩数の差}}=\text{島と前表の距離。}$$

島と前表の距離＝――――――――――――＝