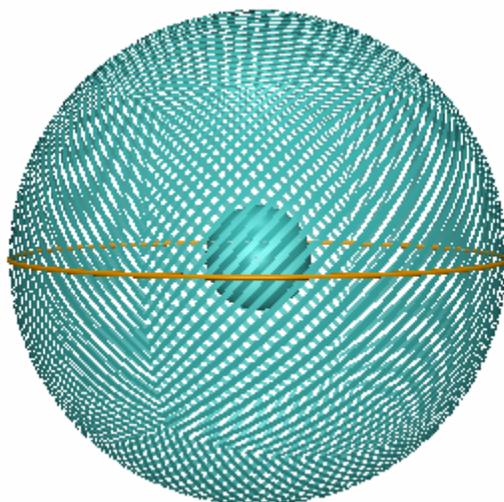


授業資料 3 時間目

# 授業資料

## 高度と投影

～ 投影図法と角度・長さ～



氏名 \_\_\_\_\_

授業者：筑波大学修士課程 1 年 教育研究科数学教育コース  
富田大輔

## 0. 今までの授業の復習

- ・ 「高度」には、長さの他に、角度の意味がある。
- ・ 角度は、星のようなとても遠いものの測定に役に立つ。
- ・ 時刻を知るには、太陽・星の角度 + 星図が必要。
- ・ 天球から星図を作るために、投影法が用いられる
- ・ アストロラーベにはステレオ投影と呼ばれる投影法が用いられている。

## 1. 様々な投影法

投影法は、ステレオ投影だけではない。様々な種類の投影法が、実際に使用されている。

投影図製作ソフト「Ptolemy」を参考に、それぞれの投影法をみてみよう。

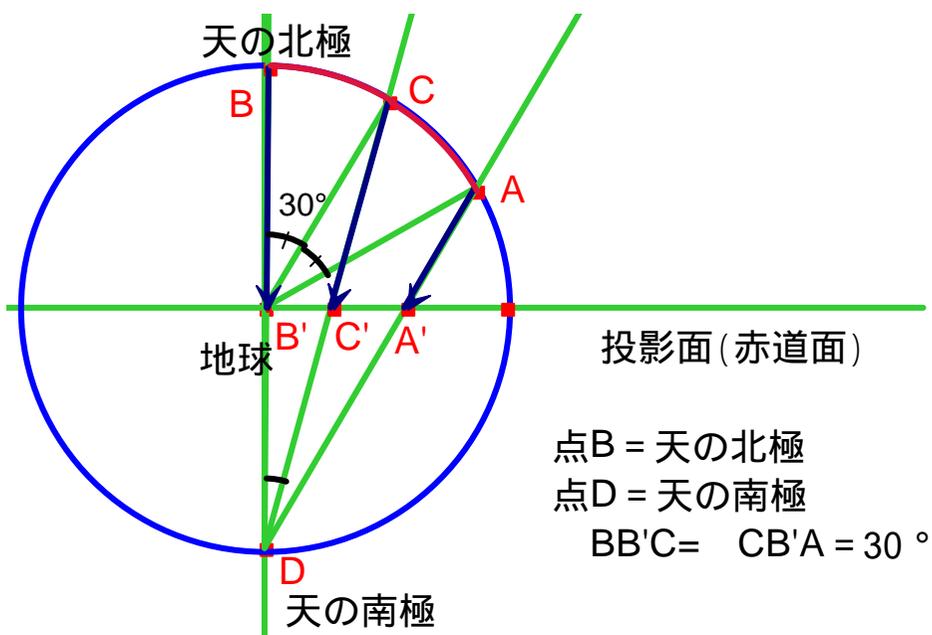
どうして、様々な投影法の中で、ステレオ投影という投影法をアストロラーベは用いているのだろうか？他に、球面を平面に移す方法はいくらでもあるのではないかな？

ステレオ投影の性質をみることで、どうしてステレオ投影がアストロラーベの製作に用いられているかを考えよう。

## 2. ステレオ投影と長さ

<ワークシート 問題1>

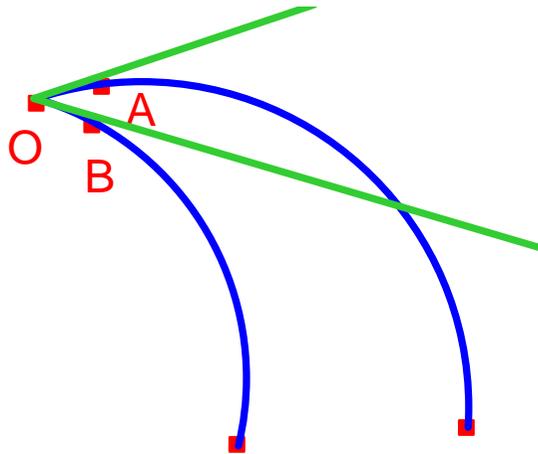
- 下の図で、投影前の弧 BC の長さと、弧 CA の長さは同じだが、それぞれの投影後の姿である線分 B'C' と線分 C'A' の長さは一緒だろうか？ B'C' と C'A' の長さを実際に計算して確認してみよう。



では、角度の場合はどうなるだろう？

### 3 . ステレオ投影と角度

星は天球の表面、すなわち曲面上にあるので、辺も曲線である。  
そうすると、辺の間の角度が決まらないので、辺が非常に短いときの角度を考えよう。そうすれば、辺は接線に近づくので、そういった、距離がとて短い場合を仮定して、角度を考えることにしよう。



証明は難しいので省略するが、上のように、3点の間隔がとて短い場合には、投影前と投影後で角度が変わらないことが知られている。

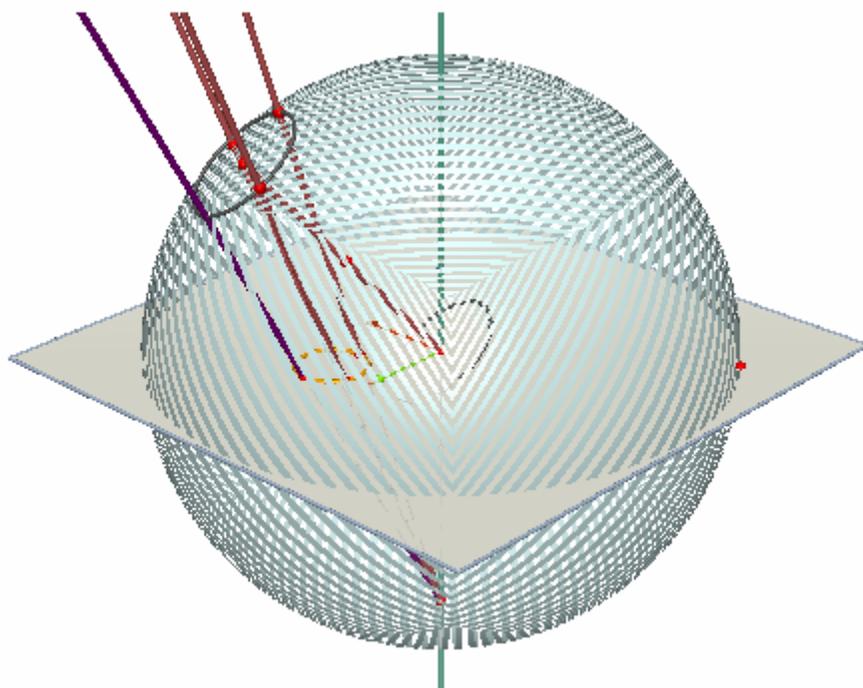
<ワークシート 問題2 >

・ワークシートの証明を完成させることで、ステレオ投影が角度を変えないことを確認しよう。

ステレオ図法は、小さい範囲内では角度を変えない投影図法である。  
言い換えると、小さい範囲では、もとの天球と、形が変わらない。

#### 4 . ステレオ図法のその他の特徴

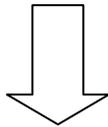
ついでに、ステレオ図法は、球面上の円を円に投影する性質を持っている。(このことは、角度が変わらないことからでてくる。) 数学的に証明することは、今回は避けておく。



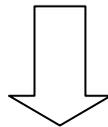
球上の円が、投影によって、平面上の円に移っていることが図によってわかる。

## 5 . 投影図の性質

投影法には様々なものがあるが、天球のような球面を平面にする場合、どのような投影法を使っても、必ず距離・角度等の様々なものにずれができてしまう。



しかし、投影の位置や仕方を工夫することで、一部分のずれは取り除くことができる。



ステレオ投影は、長さのずれを諦める代わりに、とても小さい部分では角度がずれないように特徴を持つ投影法である。

他にも、長さのずれを防ぐ投影法や、面積のずれを防ぐ投影法等、様々なものがあり、それぞれの必要に応じて、使い分けられている。

以上のことから、どうしてアストロラーベにステレオ投影が用いられているのかを考えてみよう。

- ・ どうして角度を変えない投影法が用いられているのか？
- ・ どうして長さの比は変わってしまっても平気なのか？

## 6.この授業のまとめ

- ・ 「高度」には**長さ**と**角度**の意味があった。
- ・ 昔は、星の距離の差を無視し、**角度・方角**だけによって星の位置を記述した天球という宇宙の考え方を持っていた。
- ・ アストロラーベの製作のために、その性質に合った、ステレオ投影という図形の変形手段が用いられていた。