

授業資料 1 時間目

授業資料

高度と投影

～高度とは何か～



氏名 _____

授業者：筑波大学修士課程 1 年 教育研究科数学教育コース
富田大輔

0. はじめに



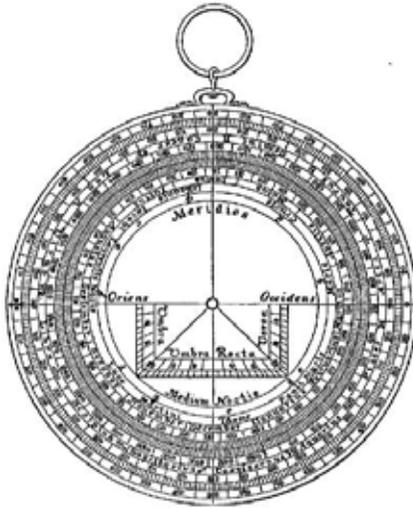
この人たちは、何をしているのだろうか？

1. アストロラーベ

事前に皆さんに作ってもらった道具の名前です。

- ・ 古代から 17 世紀以降にかけて使われてきた
- ・ 表は、主に星座や太陽等の天体観測に用いる。
- ・ 裏は、主に、測量や計算に用いる。
- ・ 裏には、指方規という両端に穴の開いた定規がある。

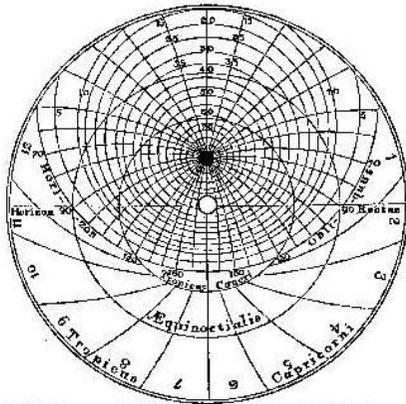
このアストロラーベが、今回の授業のカギになります！



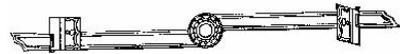
アストロラーベ（裏面）



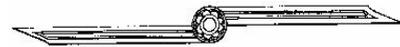
アストロラーベ表面（雷文盤）



アストロラーベ（地域盤）



指方規（裏面用）



では、早速、アストロラーベを使ってみよう！！

2.アストロラーベで「高度」を測る

アストロラーベについて詳しく書かれている昔の本として、1391年にジェフェリー・チョウサー（Geoffrey Chaucer）という作家がアストロラーベの取扱説明書”*A Treatise on The Astrolabe*”という本を書いています。今回はその本の原典（と和訳）を見ることで、チョウサーが伝えたかったアストロラーベの使い方を推測してみよう。

[Fol. 95.] 2. To knowe the altitude of the sonne, or of othre celestial bodies.

[De altitudine solis & aliorum corporum supra celestium.]

¶ Put the ring of thin Astrelabie vp-on thi riht thowmbe & turne thi lift side a-gayn the light of the sonne/ And rem[e]ue thi rewle vp and down til þat the stremes of the sonne shyne thorgh bothe holes of thi rewle. ¶ loke thanne how Many degrees thi rewle is a-reised fro the litel crois vp-on thin est line, & tak ther the altitude of thi sonne. ¶ & in this same wyse maistow knowe by nyhte the altitude of the Mone, or of brihte sterres / this chapitre is so general euer in on, þat ther nedith no inore declaracion; but for-get it nat. ¶ & for the more declaracioun, lo here the figure.

和訳)

2. 太陽や他の天体の高度を知るために

アストロラーベのリングを右の親指に乗せ、太陽の光に対して左に向け。そして、指方規を太陽光がこの指方規の両方の穴を通り抜けるまで上下に動かす。そしたら、指方規が東の線の小さい十字からどの程度の度数上がっているかを見て、そこに太陽の高度を取れ。そして、同じ方法で、夜間に、月や明るい星の高度を知る。

<ワークシート 問題1>

(1) この文章で「高度」とはどういう意味か？

(2) チョウサーのいう使い方はどのような方法か？

図を描き、私たちの数学を使って説明しよう。

3. アストロラーベで「高度」を測る

今度は、裏面の“*umbra recta* (正方形の下の辺)”の目盛りを用いた塔の「高度」の測りかたです。さっきのテクニックを少し使います。

41. Vmbra Recta.

[* Fol. 32] 3if it so be þat þou wylt werke be *vmbra *recta*, & þou may come to þe bas of þe towre, in þis maner þou schalt werke. Tak þe altitude of þe *tour* be boþe holes, so þat þi rewle ligge euyn in a poynt. Ensample as þus : y see hym þorw at þe poynt of 4 ; þan mete y þe space be-twen me & þe *tour*, & y fynde yt 20 feet ; þan be-holde y how 4 ys to 12, ri3t so is the space be[-twen] þe & þe *tour* to þe altitude of þe *tour*. [For] 4 is þe [þ]ridde part of 12, so is þe space be-twen þe & þe *tour* þe þridde part of þe altitude of þe *tour* ; þan þries 20 feet ys þe hey3te of þe *tour*, wiþ addyng of þyn owne persone to þyn eye ; & þis rewle is so general in *vmbra recta*, fro þe poynt of oon to 12. And 3if þi rewle falle vppon 5, þan is 5 12-partyes of þe hey3t þe space be-twen þe & þe towre ; wyþ addyng of þyn owne hey3th.

和訳)

4 1 . Umbra Recta (正方形の下の辺)

もしあなたが umbra recta によって作業をしたくて、塔の真下まで行くことができるなら、この方法で作業できるだろう。4 の点に指方規がくるように両方の穴によって塔の高度をとれ。例えばこのように：私は彼(塔)を4の点で見て、そのとき、私と塔の間が20フィートだった；そして、私は12に対する4をもつ、まさにそれは塔の高度に対する私と塔の間(の距離)である。4は12の3分の1のため、私と塔の間は塔の高度の3分の1である。；これより、3つの20フィートに自身の目の高度を加えたものが塔の高度だ。

<ワークシート 問題2>

- (1) 前の問題と比べて、おかしいなと思った箇所・さっきと変化している箇所はないだろうか？あるとしたらどこか？
- (2) チョウサーが今回書いている使用法はどういったものか？
図を描き、私たちの数学を用いて説明しよう。

4 . アストロラーベで高度を測る

では、「高度 = 長さ」を塔からの距離を使って測ったが、もし、測りたいものの真下に行けないときはどうするのだろうか？

今度は “ umbra versa (正方形の横の辺) ” の目盛りを用いる。

42. Vmbra Versa.

Ano^{per} maner of werkyng, be *vmbra versa*. 3if so be þat þou may nat come to þe bas of þe *tour*, y [see] hym þorw þe nombre of 1; y [* Fol. 32 b.] sette þer a prikke *at my foote; þan goo [y] ner to þe *tour*, & y see hym þorw at þe poynt of 2, & þere y sette a-no^{per} prikke; & y be-holde how 1 hath hym to 12, & þer fynde y þat yt hath hym twelfe sithes; þan be-holde y how 2 hath hym to 12, & þou schalt fynde it sexe sybes; þan þou schalt fynde þat [as] 12 [above] 6 [is þe] nombre of 6, Ryzt so is þe space be-twen þi too prikkis þe space of 6 tymes þyn altitude. & note, þat at þe ferste altitude of 1, þou settest a prikke, & aftyrward, whan þou [seest] hym at 2, þer þou settest an-o^{per} prikke, þan þou fyndest betwen too prikkys [60] fett; þan þou schalt fynde þat [10 is þe 6-party of 60. And þen is 10 fete] þe altitude of þe *tour*. [For] o^{per} poyntis, 3if yt fylle in *vmbra versa*, as þus: y sette caas it fill vppon [2], & at þe secunde vppon [3]; þan schalt þou fynde þat [2] is [6] partyes of 12; [and 3 is 4 partyes of 12]; þan passeþ 6 4, be nombre of 2; so ys þe space be[twen] too prikkes twyes þe heyzte of þe *tour*. & 3if þe differens were þries, þan schulde it be [þre] tymes; & þus mayst þou werke fro 2 to 12; & 3if yt *be 4, 4 tymes; or 5, 5 tymes, & *sic de ceteris*. [* Fol. 33]

和訳)

4 2 . Umbra Versa (正方形の横の辺)

Umbra versa による別の作業の方法。もしあなたが塔の真下にいけないのならば、私は彼(塔)を1の点でみる。; 私はそこに杭を置く; それから、私は塔の近くへ行き、私は彼を2の点で見る、そして、私は別の杭を置く; そして、私は12に対する1が彼であることをもつ。そして、このことより、私はそれ(塔と一つ目の杭の間)が彼の12のサイズと発見する。そして、私は、彼が12に対する2であることを、持つので、あなたはそれを6のサイズと発見する。そして、あなたは6から12までは6だと発見すべきだ。まさに、2つの杭の間は高度の6倍である。そして、最初に1の高度であなたは杭を置き; その後、あなたは2で彼を見て、別の杭を置いた; それより杭の間が60フィートと発見した。; それより、あなたは、10は6個に分けた60と発見すべきだ。そして、10フィートが塔の高度になる。別の点に対しても、umbra versa においてこのようにしてそれは満たされる。: 私は第一に2にセットし、第二に3にセットする。; そしたら、あなたは2が6に分けた12; そして3が4に分けた12と発見すべきだ。; それより、6は4を2だけ超えるので、; 2つの杭の間は、塔の高度の2倍である。そしてもし差が3なら3倍にすべきだ。; そして、このようにして、あなたは2から12まで作業しなければならない。; そして、もしそれが4なら4倍、5なら5倍; 等。

<ワークシート 問題3 >

(1) 今度も、チョウサーの書いているアストロラーベの使用法を推測し、図を書き、私たちの数学を用いることで説明しよう。

5. 今日のまとめ

- ・ ジェフェリー・チョウサーの考えを理解することで、アストロラーベによって「高度 = $\frac{\text{影の長さ}}{\text{物体の長さ}}$ 」を求めた。
- ・ 角度は長さに比べて、「 $\frac{\text{影の長さ}}{\text{物体の長さ}}$ 」ときに便利。

6. 次回予告

角度が、長さに比べて便利な一面を持っていることを学んだが、それは、実際にどういったことで役立っているのだろうか？

その答えを、次の時間に学ぶことにしよう。