授業資料

２日目

３年　　組　　番
氏名

授業者　　倉島彩子
（筑波大学修士課程教育研究科数学教育コース１年）

前回から

Ⅰ.「数に等しいマールとジズル」のケース

３９ディルハムに等しい、マールとそのジズル１０個

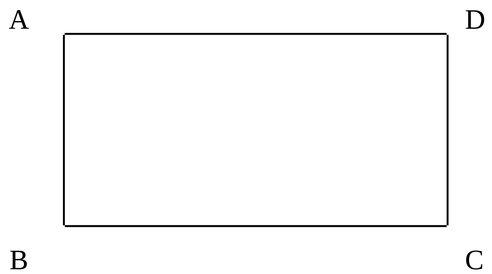
の Al-Khwarizmi の解法がどのようなものなのか学びました。

この解法に対し、Al-Khwarizmi は図を使って証明を行いました。今日はその図形での証明をみていこう。

当時の文章を読むにあたって、

注:現在四角形を表す際の点をとる順序と Al-Khwarizmi ,Abu Kami の使っていた順序は異なる。

例えば次のような四角形に関して、



現在：四角形 ABCD

Al-Khwarizmi 、Abu Kamil：面 ABDC または面 AC または面 BD

図を使った証明

①“３９ディルハムに等しい、（１個の）マールと１０個のジズル”（の解法）の理由については、それの図は知られていない四角形の面である。これがマールで、我々はそれと、それのジズル（根）を知ることを望む。 －中略－ それは面ＡＢで、これがマールである。さて、我々はそれに１０個のジズルに相等するものを加えたい。②そこで、その１０を半分にする。それは5となる。それらを面ＡＢの二方に接する２つの面とする。すなわち、面ＧとＤである。それらの面の各々の長さは5ジラーア、すなわち１０個のジズル（の個数）の半分となり、その幅は面ＡＢの辺に等しくなる。すると、面ＡＢの一角に四角形が１つ残る。それは5掛ける5、すなわち我々が最初の面の二方に加えた１０個のジズル（の個数）の半分（の自乗）である。③最初の面がマールであることと、その二方の２つの面が１０個のジズルであることがわかっているから、その全体は３９である。大きな面が完成するのには５掛ける5の四角形が残っており、それは２５である。そこで、大きな面すなわちＺＥを完成させるために、それを３９に加える。すると、それは全体で６４となる。④そこでその根をとる。それは8である。それが大きな面の一辺である。そこで、我々が付け加えたもの、すなわち5をそこから引くと、３が残る。それが面ＡＢ、すなわちマールの辺であり、また、そのジズル（根）である。そして、マールは9である。

（１）①より、

・面ＡＢはどんな四角形でしょう。　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・面ＡＢの面積は？　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

・面ＡＢの１辺は？　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

（２）①をもとにマールと１０個のジズルをそれぞれ図で表してみよう。

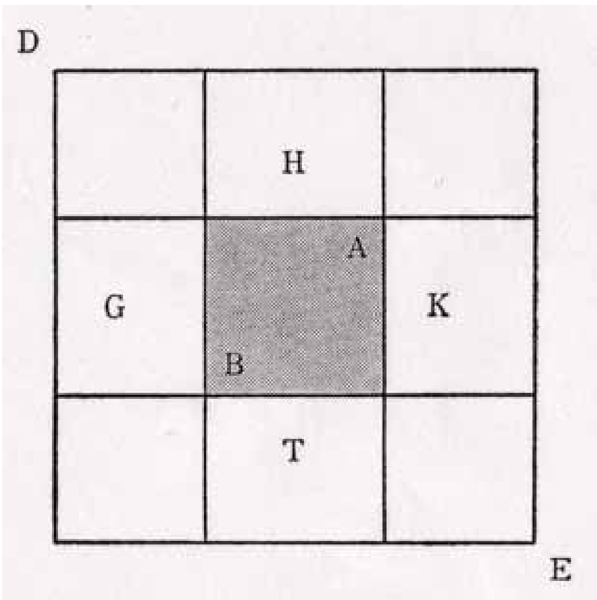
マール　　　　　　　　ジズル

（３）（２）で描いた図をもとに、②で説明されている図を描いてみよう。

（４）③を読んで出てくる数字を、（３）で描いた図に書き込んでみよう。

（５）④を読んで出てくる数字を、（３）で描いた図に書き込んでみよう。

この他に、Al-Khwarizmi は別の図も描いている。（１日目資料 p.５参照）



Ⅱ.「マールに等しい、ジズルと数」のケース

１個のマールに等しい、３個のジズルと数の４

現代表記：

解

Abu Kamil の解法

When roots and numbers are equal to a square, it is as one says 3 roots plus 4 numbers equal a square.[38] In this problem, there are two methods; one gives the root of the square, and one gives the square. Further, I shall explain them by means of geometric figures. The method which gives the root is where one halves the roots. This gives $1\frac{1}{2}$. Multiply it by itself to give $2\frac{1}{4}$. Add it to the 4; it gives $6\frac{1}{4}$. Take its root; it is $2\frac{1}{2}$. Add it to $\frac{1}{2}$ the roots; it comes out 4. It is the root of the square; the square is 16.

和訳：根（ジズル）に等しい平方（マール）と数といったとき、例えばそれは１個の平方に等しい３個の根と数の４に等しいのようなものである。これには２つの方法があり、一つは根を求めるもので、もう一つは平方を求めるものである。さらに、わたしは幾何学的な図の意味によってそれらを説明する。根を出す方法は根を半分にすることである。これは$1\frac{1}{2}$である。それを自乗すると$2\frac{1}{4}$である。それを４に加えよ。それは$6\frac{1}{4}$になる。その根をとれ。それは$2\frac{1}{2}$である。それを根の$\frac{1}{2}$に加えよ。それは４になる。それが平方の根で、その平方は１６である。

計算

図を使った証明

Another method to solve this is to construct a square surface $ABGD$ equal to 3 roots and 4 numbers:
Cut off line $A\d{H}$ from line GA and make it $1\frac{1}{2}$ (i.e. $A\d{H}$), and draw line $\d{H}M$ parallel to line AB. Surface AM is $1\frac{1}{2}$ roots. Make line ED $1\frac{1}{2}$, and draw ET parallel to BD. Surface EB is $1\frac{1}{2}$ roots. It is known that surfaces AM, ND, and NB together equal 3 roots. Surface $\d{H}E$ is 4 numbers and also surface NB is $2\frac{1}{4}$. Thus surface $E\d{H}$ is $6\frac{1}{4}$ and line $G\d{H}$ is $2\frac{1}{2}$. Line $\d{H}A$ is $1\frac{1}{2}$ and all of line AG is 4. This is the root of the square; the square is 16. This is what it was desired to show.

和訳：これを解くための他の方法は、面ＡＢＧＤを３個の根と数の４と等しく描くことである：

線ＧＡを線$A\underset{\cdot}{H}$で切り、それが$1\frac{1}{2}$となるようにする。そして線ＡＢに平行に線$\underset{\cdot}{H}M$をひく。面AMは$1\frac{1}{2}$個の根である。線ＥＤを$1\frac{1}{2}$となるようにとりＢＤに平行にＥＴをひく。面ＥＢは$1\frac{1}{2}$個の根である。①面AM、ＮＤそしてＮＢを合わせたものは３個のルートである。②面$\underset{\cdot}{H}E$は数の４と面ＮＢである$2\frac{1}{4}$をたしたものである。③したがって、面$E\underset{\cdot}{H}$は$6\frac{1}{4}$で線$G\underset{\cdot}{H}$は$2\frac{1}{2}$。線$\underset{\cdot}{H}A$は$1\frac{1}{2}$で、線ＡＧのすべては４である。これが平方の根で、平方は１６である。これが示すことである。

▶この文章をもとに図を描こう。

▶①になるのはなぜでしょう。

▶②になるのはなぜでしょう。

▶③になるのはなぜでしょう。