出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

福田理軒『測量集成』の体験的学習を通した生徒の数学観の変容

―量尺・量地儀を使った三角比・対数の授業―

筑波大学大学院修士課程教育研究科
丸山　洋幸

章構成

要約

本研究では『測量集成』[1]に登場する「量尺」と「量地儀」と呼ばれる道具を題材として、その道具を使いながら三角比や対数の有用性を具体化できるか否かを考察した。ここで『測量集成』を題材とした授業によって生徒は三角比が測量へ転用できるという数学観の変容が見られた。同時に道具を使うことにより生徒の興味関心を高めることもできた。

キーワード：数学史、数学観の変容、道具、三角比、測量

1. はじめに

2000 年 7 月 31 日～8 月 6 日に千葉市の幕張メッセを中心に行われたICME9 のTSG5(教材・ハンズオン)分科会において、数学の諸概念を見たり手で触ったりして納得できるように工夫された、さまざまな教具や教材が発表された。秋山仁は数学セミナー475 号(2001, pp53-58)[2]でTSG5 及び併催セミナーで子どもたちが道具を手にとって算数や数学を学ぶことの実践例を紹介している。このように道具を用いたハンズオンによる授業によって数学と日常生活のかかわりを結びつけることや、歴史文化的側面を含めた多様な視点から数学への興味・関心を高めることで生徒の数学観の変容が起こると捉える。そして本研究では道具を用いた数学の授業を提案する。

礒田(2000)[3]は数学史上における道具の教具観について、「数学史教材では、媒介手段の持つ社会文化的機能・制約を、歴史に見出す行為そのものさえ学習課題となり、媒介手段による学習を通じてその媒介が持つ機能・制約が認識に反映しえるか吟味しえる」(礒田, 2000, p.194)と述べている。このように測量を、道具の機能・制約を生かして行われてきた文化の中の例として位置づけることができる。また根本(1999)[4]は数学的活動について、人間が問題に直面したときに自然に行われる改善の行為であり、そのような活動の場を作ることが大切であることを述べている。これらを踏まえて筆者は、道具を利用することでそれが産み出す数学を吟味し日常との関わりを認識できると捉える。そして道具というのはその

制約のために常に改善がほどこされる対象となり易く、それは同時に数学自身の変化も一部で反映していると捉える。

本研究では『測量集成』(福田理軒 1856, 解説：大矢真一, 恒和出版 1982)を用いて授業を展開するが、このように数学史原典を用いて授業を展開することの意義について礒田(2002)[5]は以下のように述べている。

> 「実際の歴史上の原典を開き、その原典を記した人の立場や考え方を想定し、その人に心情を重ねて解釈すると、今、自分たちの学ぶ数学が、異なる時代・文化背景に生きた人々によって、まるで異なる思考様式で研究され、表現されていたことが体験できる。」(礒田 2002, p9)

また、この『測量集成』という原典は測量と数学の 2 つの文化が交差している書物である。数学学習における多文化的アプローチの意義についてGrugnetti, Rogers(2000)[6]は、「このアプローチは単に数学の歴史を融合することの方略を与えるだけではなく、このアプローチによって生徒を含み別種の直感的配列や洞察を与えるのである」(p.49)と述べている。ここでの「別種」とはこの場合上述した礒田(2002)における「その原典を記した人の立場や考え方」のことと同じである。

これまでに測量を題材にした授業の先行研究については藁科(2001)[7]が『九章算術』『塵劫記』『ヘロンの公式』を題材として測量問題の追体験を行っている。そして数学と実生活及び数学と歴史との関係を通して数学的な見方･考え方のよさを認識できたと報告している。また山田(2003)[8]は、測量をおこなうことのできる道具である矩を通して、生徒にとって既習であった三平方の定理の理解を深め、そこから創造性の基礎を培うことができることを報告している。しかしながら筆者が原典として選んだ『測量集成』は主に三角法の測量への利用を題材としている点が以前の 2 つの研究とは異なっている。したがって筆者は測量の中でも三角法による測量に特化した授業を提案し、道具と数学の関係より数学と日常生活の関わりがあるという数学観及び数学が歴史的発展を遂げてきたという数学観を形成することを目標にした授業を提案する。

2. 研究目的･研究方法

(1) 研究目的

原典及び教材化されたその当時に使用されていた道具を利用した数学の学習から異文化体験と数学観の変容が授業内で達成することができるかを考察する。

目的達成のため、以下を課題とする。

課題 1： 当時の測量で使われていた道具の利用を通して、三角比が日常生活の中から発展したものであるということを認識することができるか。

課題 2：原典解釈を通して数学は文化を含めた歴史的発展を遂げてきたものであるという数学観を持つことができるか。

(2) 研究方法

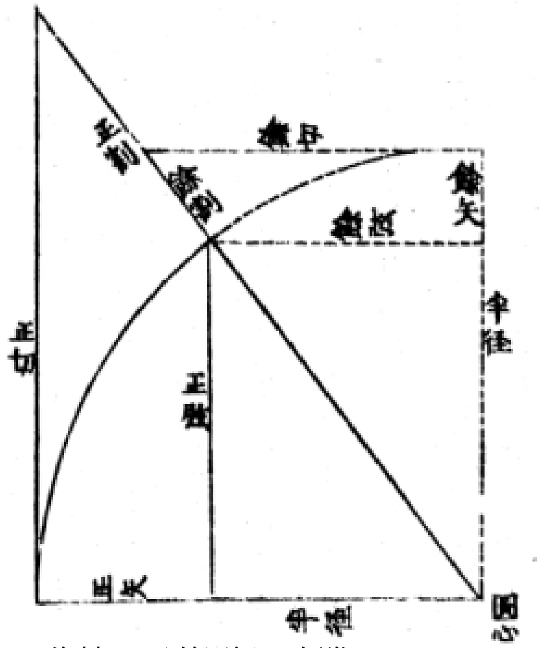
『測量集成』をもとにオリジナルの教材を作成し、授業を行う。授業テキストとビデオによる授業記録、及び事前・事後アンケートをもとに考察する。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

3. 『測量集成』の教材化

測量集成は、1856(安政 3)～1867(慶応 3)年にかけて和算家・洋算家であり順天堂塾（現在の順天学園中・高等学校）の創始者でもある福田理軒(1815～1889)によって著されたものである。当時、伊能らが日本全土を測量した際には長さ中心の測量だった。19 世紀に入ると産業革命で勢いを増した外国船が次々と来航し、幕府が 1825(文政 8)年に外国船打ち払い令を出すまでに至った。この危機に幕府は測量技術の向上を求め、国内では多くの三角法による測量の著書が出版された。これらの本を福田理軒が体系的にまとめ、順天堂塾生用に書かれたのが『測量集成』である。

この著書の中では当時に使われていたとされるさまざまな測量道具が掲載されている。いずれも測量のための道具であるのである２点間の距離を計測したり方角を正確に計測したりするための目盛りを持っている。これらの中で量尺と量地儀が測量を通して三角比の学習をするのに当たり相応しいと考えられることからこの２つの道具を題材として扱った。そして筆者が『測量集成』を原典解釈することによって得られたことを以下のようにまとめる。



資料 1：八線図解　二編巻一 p.21

- 測量集成で紹介されている新しい測量を支えたものとして八線表と八線対数表が挙げられる。「八線」とは正弦・余弦・正切・余切・正割・余割・正矢・余矢のことで、これは半径１における四分円のある角度に対するそれらの弦の長さを小数第６位まで記したものである。いわば幕末版三角関数表である。
- 八線対数表は呼んで字のごとく、八線表に記されている値の対数（ロガリ）をとったものである。ここにも対数の値に 10 を足すことによって負数の計算が起こりにくくするという理軒の知恵が施されている。
- 八線表の歴史的な背景は直接には中国から流入した書物を日本語訳した『八線表算法解義』(中根元圭, 1727)によってである。これに実用性をもたせて広められるようになったのは測量集成が出版された前後の幕末の時代である。このため測量集成は実用性の無いといわれた当時の和算から実用性のある西洋数学へと転換した、その転換を担った重要な著書である。

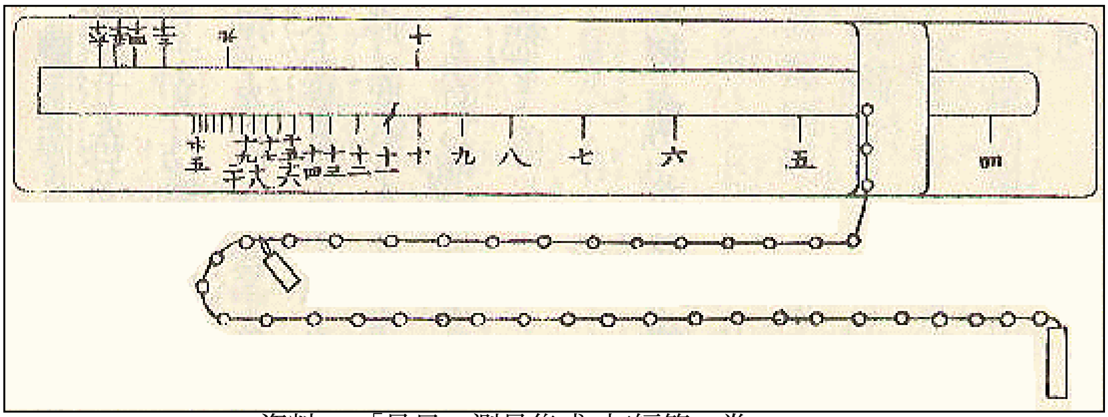
そして筆者は量尺と量地儀を使うことにより、量尺と量地儀による測量の幾何的な解釈を認識することが測量における数学の有用性の認識をもたらすことと、測量集成の初編から第２編にかけての測量方法（計算）の変化によって数学自身も発達してきたということを具体的な題材として授業を展開していく。すなわち量尺と量地儀を扱うことにより、長さと比を中心とした測量から仰角を測り八線表を用いた測量への手法の変化という文化的営みを含めて体験することができる。また、この測量集成が順

http://math-info.criced.tsukuba.ac.jp/Forall/project/history/2003/sokuryo_syusei/sokuryoushusei_index.htm

天堂塾において数学の学習に使われていたことからこの原典を利用するということは当時の学習を体験するということにもつながる。

4. 「量尺」と「量地儀」の数学的解説

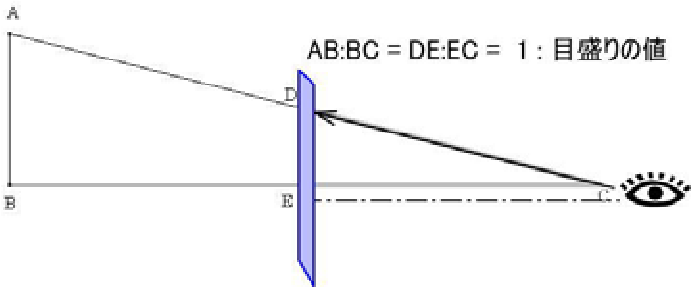
(1) 量尺



資料 2：「量尺」測量集成 初編第 1 巻 p.11

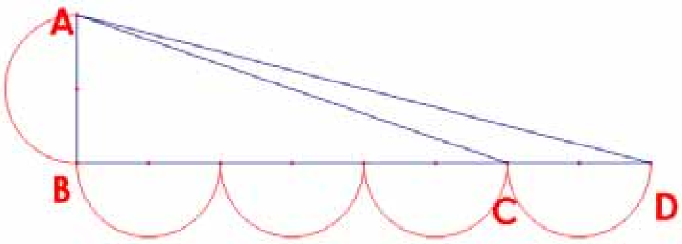
量尺は三角形の比を用いて測量を行う道具である。大きさは鎖の長さがおよそ 18 寸(約 50cm)で板の大きさが 5 寸(約 15cm)と片手で持ち運べる程度のものである。当時ではにには耐久性のある檜が使われていたらしいが、授業では作成の手軽さからホームセンターで売られているバルサ材を用いた。

本文に「樋（本体の穴の部分）四寸五分のところを四倍の点とし、三寸六分の処を五倍点とし…」(初編第 1 巻 p.14)とあるように、鎖の長さが 18 寸で目盛りがその鎖に対して実際の長さとの逆比で取られている。したがって量尺で計測したときの値は資料 3 のようになる。



資料 3：量尺で測ったときの値の意味

測量集成の本文では初編第 1 巻 pp.20-22 で山の高さを例にして使い方を説明している。まず 1 回目は目盛りが a の位置、そこから対象物から一直線上に後退して目盛りが a+1 の位置を決める。すると資料 3 と資料 4 から AB:BC=1:a, AB:BD=1:(a+1)と表すことができる。したがってこの 2 つの方程式から AB=CD という結果を導くことができる。

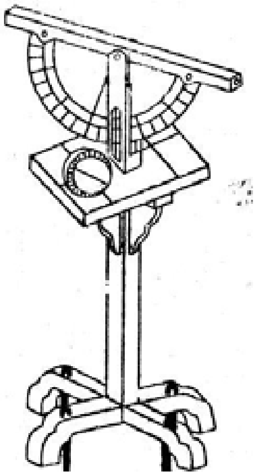


資料 4：3 と 4 の目盛り(C と D の位置)での測量

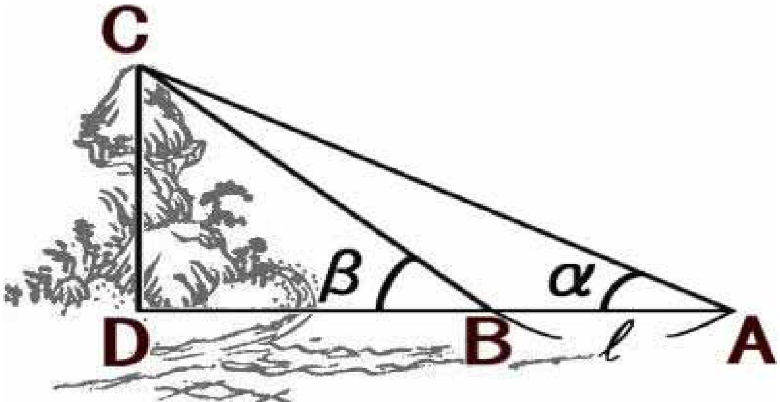
出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

(2) 量地儀

量地儀は仰角を測るための半円儀（トランシット）と方角を正確に測るための方位磁石を水平な台の上に固定して作成した道具である。(資料 5) そして本研究では量尺と同じく進退法による測量を行うことにする。




資料 5：量地儀(初編第 1 巻 p.42)と筆者作成の量地儀



資料 6：量地儀による測量のモデル

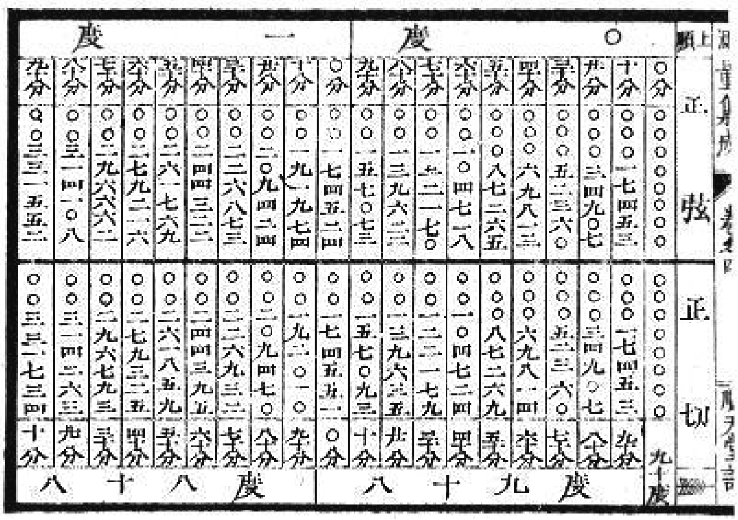
資料 6 のように A 地点でα、B 地点でβと仰角を測りそのとき AB 間の距離がℓであったときの山の高さおよび AB の距離を求める。まず、資料 6 から $\tan\alpha = \dfrac{CD}{AD}, \tan\beta = \dfrac{CD}{BD}$ の 2 式を導くことができる。すると

$AD = \dfrac{CD}{\tan\alpha} \cdots ①, BD = \dfrac{CD}{\tan\beta} \cdots ②$ とでき、①－②より、$AB = l = CD\left(\dfrac{1}{\tan\alpha} - \dfrac{1}{\tan\beta}\right)$ となる。

ゆえに

$$CD = \frac{l}{\dfrac{1}{\tan\alpha} - \dfrac{1}{\tan\beta}} = \frac{l}{\cot\alpha - \cot\beta},$$

$AD = CD\cot\alpha = \dfrac{\cot\alpha}{\cot\alpha - \cot\beta}$ となり、求めたい距離 CD 及び AD を測れたことになる。しかしながら当時の日本では未知数を文字で置くという方法は普及しておらず、理軒は算術的方法で山の高さを求めている。



資料 7：八線表 正余弦切之部 2 編第 1 巻 p.34

測量集成には八線表のうち弦線

表と切線表を掲載されている。(資料 7) 上段が弦線、下段が切線の数値表である。そして正弦・正切の値を見るときは上部の角度を、余弦・余切の値を見るときは下部の角度によって調べることができる仕組みになっている。

5. 『測量集成』を題材とした授業概要

(1)授業環境

日時：平成 15 年 11 月 5 日、10 日、12 日 (45 分×3 回)

対象：栃木県公立高等学校第 2 学年 (42 名)

準備：コンピュータ(Windows)、ビデオプロジェクター2 台、Microsoft PowerPoint、Cabri Geometry II、Microsoft Windows Media Player、量尺・量地儀、ビニールテープ、ガムテープ、巻尺×4、八線表、ビデオ教材(授業者が量地儀及び量尺を利用した測量風景を撮影したもの)、事前・事後アンケート、授業テキスト

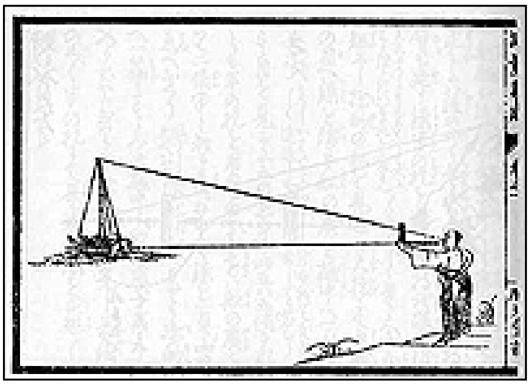
(2)授業展開

1 時間目

目標：測量集成の歴史的な位置づけについて知る。量尺を使うことによりどのような仕組みで測量が行うことができるのかを知る。

局面 1：測量集成の紹介

まずテキストの 1 ページ目と同じ絵(資料 7)をプロジェクターで大きく映し、以下のようなやり取りをおこない、導入とした。



資料 7:量尺を使う 初編第 1 巻 p.19

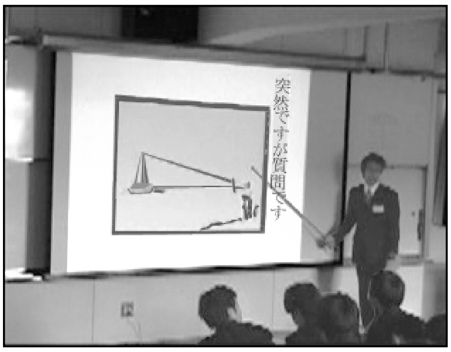


写真１：ここのあたりがヒント

授業者：このお侍さんはいったい何をしているところでしょう？

生徒 A：距離を測っている。

授業者:どこの距離を測っているのかな、測るところはいっぱいあるのだけど。

生徒 A：船までの距離を測っている。

授業者：他にはありますか？

生徒 B：船の高さを測っている。

(中略)

授業者：ここのあたりで(写真 1 の授業者が指しているところ)道具を使っていることが今日のヒントなるかもしれません。

次に、3 日間通して測量集成を題材にすることから福田理軒について、彼の著作物と日本の数学の歴史という手段から紹介を行った。著作物については

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

『測量集成』と『西算速知』[9]を挙げて前者が幕末の黒船襲来をきっかけに書かれたことや、後者が文明開花により筆算など西洋式の数学が流入してきたのを受けて書かれたことを紹介した。測量集成の紹介の終盤では以下ようなやりとり(写真2)が起こった。

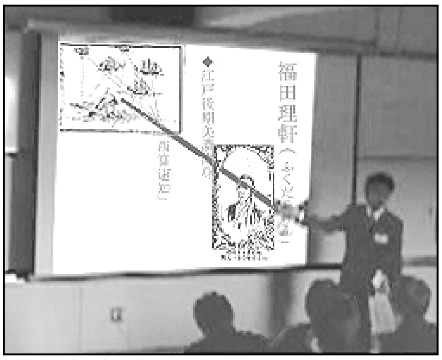


写真 2：これは何の絵でしょう？

授業者：これは何の絵かな？
生徒 C：黒船！
授業者：そう、これらは全部黒船なのです。
みんな：おおーっ。

日本の数学で三角比が本格的に利用され始めたのはこの測量集成が発刊された頃からであることを紹介し、その三角比がヨーロッパで天文学・航海術の発達により作られた内容であるということも紹介し、歴史の流れが実感しやすくした。

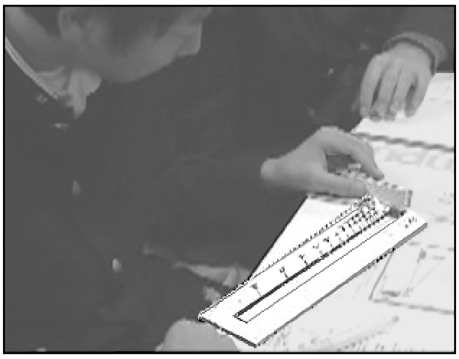
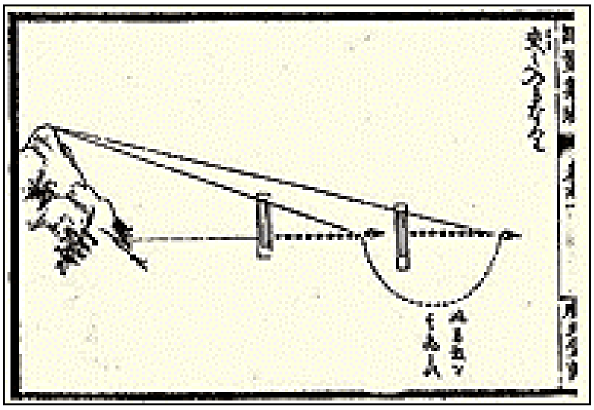


写真 3：鎖の長さと目盛りの比較

局面 2：量尺を使う

量尺の観察→使い方の説明→測量という手順で展開した。

量尺を 3 人 1 組分用意し、生徒らに配り観察してもらった。量尺を見ている際に鎖の長さと目盛りの数字を比べてもらった(写真 3)。これにより鎖が4の目盛りは鎖の4分の1、2 の目盛りは鎖の 2 分の 1 の距離にとられていることを確認した。


資料 4：進退法 初編第 1 巻 p.17

次に測量集成の進退法に関する文章の現代語訳を用いて原典解釈をおこなった。生徒に少しずつ音読してもらい、その都度どういうことを示しているのかというのを教師が
スクリーン上で資料 4 の図を用いて量尺による進退法は「標的の高さと距離を前に進んだり退いたりしてその 2 量を求める」ということを説明した。

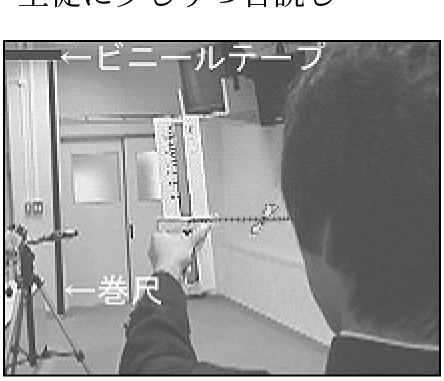


写真 4：量尺で高さを測る

幾何的な方法による図の説明は行わず、使い方だけ説明した後、2 箇所の授業者が教室の壁

の高いところに貼ったビニールテープを目標物としてもらい量尺を使って生徒に測量を行ってもらった。ビニールテープを設置する際テープの位置を0として写真4のように結果を照合しやすくした。

しかし、量尺を使うことが初めてであったため大まかな使い方は把握しているものの、鎖を水平にするなどの細かい部分での失敗が多く、生徒らの測量はなかなか進まなかった。結果的にこのとき測量した値と実際の値が一致したのは 1 組だけであった。この状況を把握し、上手にできた1組に前に出てもらい、デモンストレーションをおこない、1時間目を終了とした。

写真5：「下がった距離と高さが一致した！」

2時間目

目標：八線表とはどのようなもであるかを認識する。また量地儀を実際に扱い仰角を測ることで測量ができることを体験する。

局面3：八線表とは

八線表(資料7)は幕末版三角関数表のことであるということをこの時間の前半をかけて紹介した。歴史的な背景は1時間目ですでに話してある。

まず、資料1の図をスクリーン上に表示し、その図に書かれている正弦は sinθであること、余弦は cosθであることなどを確認した。また角度によってこの図の八線の長さが変化することを Cabri Geometry II で確認した。

次に実際にテキストにある八線表と三角関数表を同時に見てもらい比較をおこなった。まず、八線表の数値の読み取り方を授業者が「正弦1度0分→sin1°」「cos89°→余弦89°＝正弦1度」であることを説明した。次に「正切3度0分→tan3°→余切87度0分」であることを説明し、最後に cot87°は三角関数表には表示されていないことから「tan87°＝19.0811」を用いて「余切87度→cot87°=1/tan87°→正切3度0分→tan3°」という関係になっていることを実際に手で計算して確認をした。

局面4：量地儀を使う

量地儀(資料5)を前回の量尺のときと同じく、3人1組で使えるように渡した。まず量地儀を観察してもらい、測量集成第2編第2巻 p.20 の問題を用いて、授業者作成の現代語訳による原典解釈を行い、そこでその道具の使い方を学習した。計算の方法を問題とと

写真6：「水平になってないよ」

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

もに追いながら解説していったが、現代ではほとんど使われていない算術的な方法によるものであったために生徒らにはあまり馴染まなかったようである。

そして生徒に前回の量尺のときと同じく自由に動いてもらい、2 箇所の授業者が教室の壁の高いところに貼ったビニールテープを目標物として測量をおこなってもらった。残りの授業時間が少なかったため最終的な結果を得られるところまではいかなかったが、前回の量尺のときに比べて量地儀が水平になっているか確認したり足元の位置をしっかりと確認したりする行為が多く見られ、少しずつ測量に慣れてきたということが見受けられた。


写真 7：足の位置を確認することも
測量では大切なこと。

3 時間目

目標：量地儀を用いた進退法の測量を幾何学的に証明して三角比の有用性を認識する。

<u>局面 5：前回の復習及び量地儀を用いた測量の証明</u>

まず前回登場した八線表についての復習をおこなった。生徒の授業者が生徒らの理解度を把握するためと発表をかねて代表の生徒を 1 名指名し前に出てもらい「87 度余切」を示してもらった。読み取るための情報となる数値が多くて慣れないせいか多少戸惑いはしたが、しっかりと見つけることができた。そして量地儀を使って測量することのメリットについても尋ねた。これについては生徒自らが手挙して

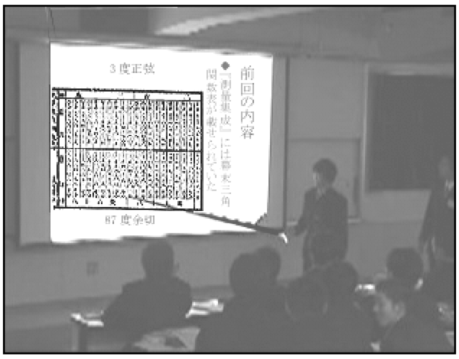
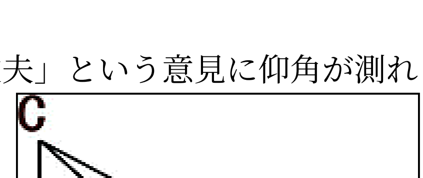


写真 8：87 度余切を示す

- すごく高いものでも大丈夫、前後移動が少なくてすむ
- 方角を測れる
- かっこいい

という意見を発表した。「すごく高いものでも大丈夫」という意見に仰角が測れるからということを授業者が追加した。

次に前回の授業では量地儀の測量計算は算術的であまり理解しやすいものではなかったので、現代の方程式の手法で測定値の計算式を算出することを行った。資料 7 のようにα、β、l を設



資料 7：進退法のモデル化

定し、$CD=\dfrac{AB}{\dfrac{1}{\tan\alpha}-\dfrac{1}{\tan\beta}}\quad\left(=\dfrac{AB}{\cot\alpha-\cot\beta}\right)$となることを、計算を早く終えた生徒に発表してもらい模範解答とした。これにより今まで正弦定理や余弦定理に代表されるような方程式を解くためと考えられがちな三角比を、あえてそれらを用いない用法で辺の長さと角度をゆっくり考えることができるようにし、三角比の測量への有用性を知る第 1 歩とした。

<u>局面 6：H2 ロケットの高さを計算する</u>

事前に授業者が大学付近で測量をフィールドワークとしておこなっている風景を撮影したビデオを Windows ムービーメーカーで編集してビデオ教材とした。ビデオ教材の内容は「仰角が40度→12メートル下がる→仰角が35度→問題:ロケットの高さは何メートルでしょう？」という流れで、生徒が実際におこなう測量で出てくる値だけを示し、それもとに自ら考えて測量値を求めるようにした。そして時間を 10 分程度与え、周りと相談しながらロケットの高さの測量値を出してもらい、速くできた生徒に前に出て発表してもらった。（資料 8 は発表した生徒の解答）

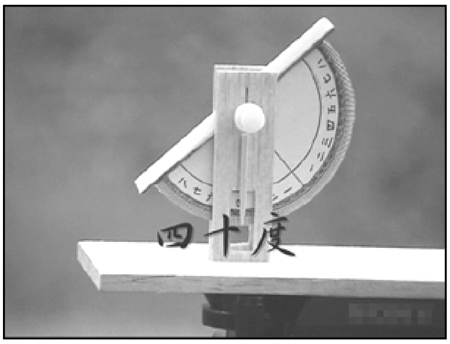
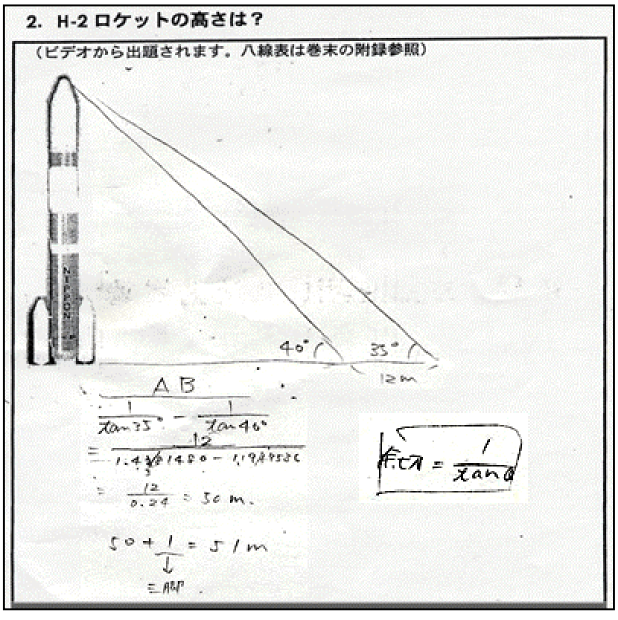


写真 9：ビデオ教材の映像

「下がった後の仰角αの角度が 35°、βの角度が 40°をさっきの公式に入れて計算します。そして八線表で 35°と 40°の余切を調べると余切35度が1.4281480で 40 度が 1.1917536 となります。小数点三桁目で四捨五入すると切りがよいので 0.24 となります。そして 0.24 分の 12 で 50 メートルとなります。三脚の高さが 1.5 メートルになるのでロケットの高さは 51.5 メートルになります。」としっかりと測定値を使いこなすことが出ている結果が出た。

用意したビデオ教材には確認の意味として、量尺による測量もおこなっていたのでこれにより量尺の有用性も確認できた。また、授業の終わりに八線対数表による測量計算の方法について授業者がおよそ 5 分で説明をおこなった。真数の掛け算は対数の足し算に直せることと八線対数の値に 10 を足すことによって整数の計算で済むように工夫が施されていることを説明するのみにした。



資料 8：ある生徒の解答

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

6. 議論

課題 1：当時の測量で使われていた道具の利用を通して、三角比が日常生活の中から発展したものであるということを認識することができるか。

事後アンケート：「三角比についてどのようなイメージを持ちましたか？」
＜肯定的意見 21 名＞
① 勉強する前より身近に感じるようになった。
② 測量に使えるとは驚いた。
③ 高さを測るときにとても便利な道具。
④ 複雑だけど理解するとおもしろい。
⑤ 角度と密接だと思った。
＜否定的意見 11 名＞
⑥ むずかしい。
⑦ どっちかというと好きだがめんどう。

事後アンケート：「数学を勉強している時に道具を使ってみて楽しかったですか？」
＜はい 39 名＞
⑧ 道具を使って数値を求める楽しさを、身をもって実感できたから
⑨ 普段は計算ばっかりだったので理科の実験みたいで楽しかった。
⑩ 実際に測って、何でそのような長さになるかわかるから。
⑪ 見たこともない道具を使えたので楽しかった。
⑫ 昔使っていた道具で昔と同じように測量できたから。
⑬ 今便利な道具ができているがその原点のような道具を使えて楽しかった。
＜いいえ 2 名＞
⑭ めんどくさかった。

これまでに藁科(2001)[7]が測量問題の追体験を通して、数学を非日常的であるととらえていた生徒が日常生活に必要なもの、日常生活と関わってきたものに変容したということを報告している。そこで本研究ではこれに道具の利用という観点を付け加え、道具を使うことにより数学やその歴史に対するイメージがどう変容するかということに着目した。

筆者はまず、ここでは数学を非日常的行為であることに対して測量を日常的行為と定義して議論を進めることにする。事前アンケートでは三角比に対する受容についての肯定的意見が 11 名、否定的意見が 16 名であったのに対して事後アンケートではその数が逆転する結果となった。この原典による授業を行うことによって、生徒が三角比の学習において三角形の辺の比を意識するように変化したと考えられる。このために三角比が測量という日常生活の場面に利用されているということが意識できるように変容が起こったものと考えられる。そして①や②の意見は三角比の学習においてそれまでの定理や公式が多かったというイメージから脱して、直角三角形における角度と辺の比の関係を捉えて三角比をイメージできるようになったという変容が起こったからであると考えられる。同時に、「測

量を身近に感じますか？」というアンケートでは、全体的に測量も身近に感じるという意見を持つ生徒が増えたことも確認できた。これは量尺や量地儀という道具の利用を通して、自らの既習の知識で計算できたことにより測量に対する親近感を得ることができたものといえる。

しかしながら数字は逆転したものの、事後アンケートでも三角比に対する否定的イメージを持つ生徒は残った。その変容についてであるが「受験において最も大切」から「難しい」に変容した生徒が1名いた。その他は否定的意見のままであった。その生徒については「道具の使い方がわからなかった」など多くの不明瞭な点を述べている。したがって興味関心を継続するために今後は道具やその原理の説明についてより丁寧に説明することを考慮する必要がある。否定的意見の生徒らは「難しい」という意見がほとんどであった。辺の長さと仰角を余弦公式などを用いて代数的に解くことに困難を感じていたのは確かであった。今後は代数的に解くことに対する難しさを克服するための指導も考慮に入れる必要がある。

事前アンケートの段階で、道具を使って測量をおこなったことのある生徒は5名であった。ほとんどの生徒が初めての体験であったことからか事後のそれの段階で生徒のほとんどが道具を使った体験的活動については、⑧～⑬のような肯定的意見を持っていた。例えば2時間目の量地儀を使った測量の事例では、器具が水平になっているかなどを確認し合うなど積極的な活動が見られていた。したがって幕末の測量道具の利用という異文化体験が興味・関心という面から測量と数学のつながりを認識することに寄与していたといえる。

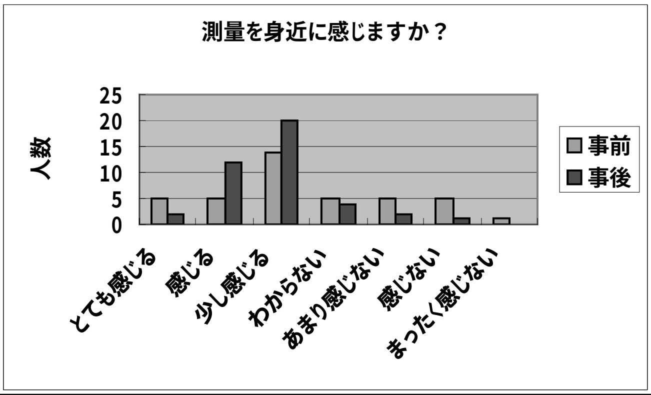
＜「測量を身近に感じるか」という質問の解答に関する母平均の差の検定＞

とても感じるを7、感じるを6・・・として数値化して検定を行った。

授業前　平均：3.475　分散：2.549

授業後　平均：2.857　分散：0.98

このときt=2.105となり、自由度64のt分布に従うことから棄却域 5%で検定を行った結果、母平均の差がないという帰無仮説は棄却された。



資料9：測量の親近感についてのグラフ

課題2：原典解釈を通して数学は文化を含めた歴史的発展を遂げてきたものであるという数学観を持つことができるか。

藁科(2001)[7]は数学史における測量の原典を生徒に追体験させることによって、生徒が数学と歴史が関係ないと思っていたものが「数学を歴史的視野の中で位置づけて捉えたと思われる」(藁科 2001 p.170)と述べている。これによって歴史的視野の中で数学の解釈が生まれたとしている。本研究ではこれを数学の内容は三角比と対数に絞り、そして歴史的な位置づけを数学史だけではなく、この原典が“激動の時期”に出版されたものであるということから文化的な営みの歴史を含めて生徒の変容が起こるか考察した。

出典:中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行:筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

授業で生徒には原典の設問方式にのっとっておこなったため三角比ありきで原典解釈がおこなわれた。そのため、測量上の解決手段として三角比が発展したという流れにはできなかったが、「日本に三角比が普及したことで測量技術が向上した」という史実で測量と数学を関連づけた。そして事後アンケートの結果から「変わらなかったら今の数学はない！」や「近代的な日本を作った中で数学という発展が、理軒などの人たちによってなされたということを教わることはとてもよいことだから」などの意見が得られた。これにより生徒が数学は文化を含めた歴史的発展を遂げたものであるという数学観を持つことができたと考えられる。

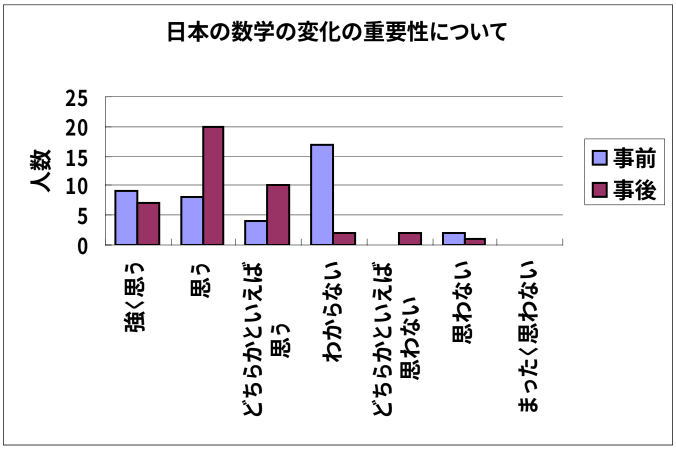
＜「日本の数学の変化を重要だと感じるか」の質問の解答に関する母平均の差の検定＞

強く思うを 7、思うを 6・・・として数値化して検定を行った。

授業前　平均：2.925　分散：1.969

授業後　平均：2.405　分散：1.241

このとき t=1.869 となり、自由度 74 の t 分布に従うことから棄却域 5%で検定を行った結果、母平均の差が無いという帰無仮説は棄却された。



資料 10：日本の数学の変化について

7. おわりに

本研究では、測量集成を題材として、道具を用いた授業によって生徒の興味・関心を高め、生徒の数学観の変容を促すことができるかを考察した。

そしてその結果生徒が自ら量尺・量地儀という測量器具を手に取り積極的にそれを扱うことによって、当時の測量法を学んだ。そして三角比と測量の有用性についても自らの手で計算して測量値を出すことにより得られ、それが三角比の数学観の変容として現れた。また事後アンケートで量尺と量地儀を比べることによりそれらの道具の機能と制約を考え、そこに対応する数学の有用性を考えるということを自らの意識下でおこなっているということが確認できた。本来ならば対数による測量計算により、航海術において対数が重宝されていたことを示し、対数に関する内容に関しても数学観の変容が得られることを求めたかったが、筆者の現場経験の不足からそこまで達成することができなかった。今後の課題としたい。

また、平成 14 年度高等学校教育課程実施状況調査の中間分析(国立教育政策研究所, 2004)[10]では図形と計量の分野における証明を指導するにあたり、オープンエンドな問題設定をしてお互いの考えを比較しあう工夫した授業をすることを改善点として挙げている。今回行った授業では道具に対して生徒同士で考えを寄せ合う場面が少なかったかもしれない。もし、そのような授業をしたならば道具について鋭い洞察を持った意見が出てくるだろう。このような道具を用いて数学的活動を行い、その中で自ら創造して知識を築くことのできるような授業を研究していきたい。

謝辞

研究授業の実施に際して、栃木県立佐野高等学校の内田孝夫先生、石塚学先生をはじめとする数学科の先生方、筑波大学に内地留学されている栃木県立佐野高等学校の会田英一先生から貴重なご意見とご協力をいただきました。厚く御礼申し上げます。またビデオ教材の作成においてつくばエキスポセンターでのロケを快諾してくださいました同施設の許斐修輔様に感謝申し上げます。

注

本研究は、平成 15 年度科学研究費、特定領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械とJAVA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究」（研究代表者礒田正美）において開発された歴史的道具を前提にして、平成 15 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・ 指導法開発研究」（研究代表者礒田正美）の一環として行われた。

参考・引用文献等

1. 福田理軒総理・花井健吉編 (1867). 江戸古典科学叢書 37 *測量集成* . 解説：大矢真一 恒和出版 (1982)
2. 秋山仁(2001). ICME9 とは何だったか：TSG5(教材・ハンズオン)と併催イベントを振り返る. *数学セミナー475 号.* 日本評論社 pp.53-58
3. 礒田正美 (2000). 手段としての教具から媒介としての道具への教具観の転換に関する一考察：数学史上の道具の機能・制約とその反映に関する検討. *日本数学教育学会 第 33 回数学教育論文発表会論文集.* pp.193-198
4. 根本博 (1999). *中学校数学科　数学的活動と反省的実験：数学を学ぶことの楽しさを実現する.* 東洋館出版社
5. 礒田正美 (2002). 数学的活動を楽しむ授業作り③ 数学する心を育てる *課題学習・選択数学・総合学習の教材開発.* 明治図書
6. Grugnetti, L. and Rogers, L. (2000). Philosophical, multicultural, and interdisciplinary issues, In Fauvel, J. and Maanen, J. (eds.), *History in Mathematics Education* (pp.39-62). Kluwer Academic Publishers.
7. 藁科由紀美 (2001). 数学史上の測量問題を通した数学観の変容に関する一考察：数学のよさを見直す立場から. *中学校・高等学校数学家教育課程開発に関する研究(8)　世界の教育改革の動向と歴史文化志向の数学教育：代数・幾何・微積For All プロジェクトの新展開*　筑波大学数学教育研究室. pp.161-173
8. 山田奈央 (2003). 「矩」を題材とした創造性の基礎を培う授業について：中国数学史原典「周髀算経」の解釈を通して. *中学校・高等学校数科教育課程開発に関する研究(10) 「確かな学力」の育成と歴史文化志向の数学教育：個に応じた指導、数学史・道具.* 筑波大学数学教育研究室 pp.41-53

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.203-217、2004年3月

9. 国立教育政策研究所 (2004). *平成１４年度高等学校教育課程実施状況調査科目別分析状況（中間整理）. http://www.nier.go.jp/kaihatsu/katei_h14/H14_h/report_m.pdf*
10. 福田理軒 (1857). 江戸古典科学叢書 20 *西算速知 / 洋算用法* . 解説：大矢真一 恒和出版(1979)
11. 文部科学省 (2002). *個に応じた指導に関する指導資料:発展的な学習や補充的な学習の推進（中学校編）*. 教育出版
12. 松崎利雄 (1979). *江戸時代の測量術*. 総合科学出版
13. 渡辺孝蔵 (1989). *順天百五十五年史*. 学校法人 順天学園
14. 文部科学省 (1999). *高等学校学習指導要領解説 数学編 理数編*. 実教出版
15. カジョリ (1997). *復刻版 カジョリ 初等数学史*. 小倉金之助補訳. 共立出版

上記以外に教材開発で参考にした文献

16. 伊藤清三他編(2000). 文部省検定済教科書 *改訂版高等学校 新編数学II*. 数研出版
17. ヒース (1998). *復刻版 ギリシア数学史*. 平田寛 菊池 大沼訳. 共立出版
18. 村井昌弘 (1733). 江戸古典科学叢書 9 *量地指南*. 恒和出版
19. 石井進他著 (1994). 文部省検定済教科書 高等学校 地理歴史科用 *詳説日本史* 山川出版
20. 田崎中 (1983). *江戸時代の数学*. 総合科学出版
21. 圓道祐之編 (1974). *新装版 草書大字典*. 講談社