授業資料２時間目

計算器を使おう！

１年　　Ａ組　　　番	

授業者：本福陽一

(筑波大学大学院修士課程教育研究科１年)

１．前回の復習

目的地にたどり着くためには決められた航路にしたがって船を進めることが必要である(天文航法)．

⇩

自分の船の位置を確認することが必要である．

⇩

天体観測によるデータをすばやく計算することが必要である．

⇩

計算尺が必要である！

計算尺にはさまざまな目盛りがあり、その目盛りを使うことにより乗除算を中心とする計算の概算値をすばやく求めることができた．

１時間のワークシートの問題をもう一度振り返ってみよう！

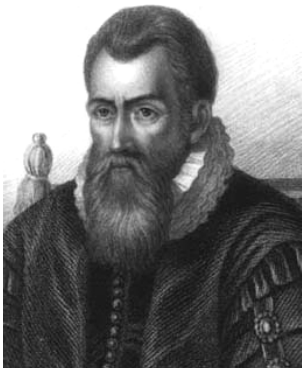
２．不思議

　では、なぜこのような計算が可能になるのだろうか．

これには、John Napier(1550-1617)と呼ばれる人物が大きく関係しているのである．

３．人物紹介

John Napier (1550ー1617)



・スコットランドのマーチストン生まれ．
・数学者であり、神学にも興味を持っていた．
・主な著作：
　Mirifici logarithmorum canonis descriptio (1614)
　Mirifici logarithmorum canonis constructio (1619)

　当時、彼の著作はラテン語で出版されていたため、後にそれぞれ英訳されている．

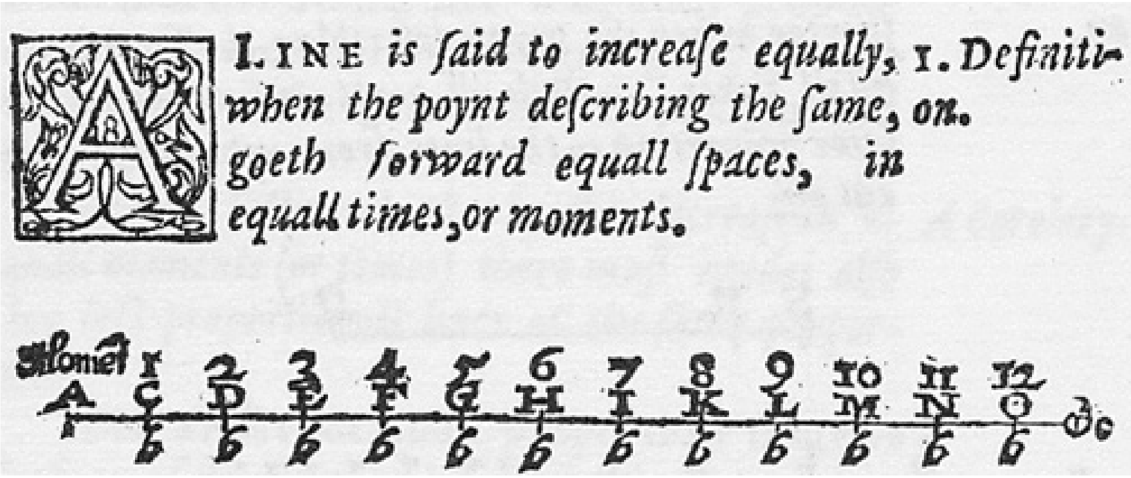
- Description of the Wonderful Canon of Logarithms (1616)
- Construction of the Wonderful Canon of Logarithms (1888)

　上の２つの著作に共通する“Logarithms”とは何であろうか．
実は、この“ Logarithms”が計算尺の仕組みを解明するカギとなるのである．

　では、Napier が考案した“ Logarithms”ついて考えいくことにしよう．

４．“Logarithms”

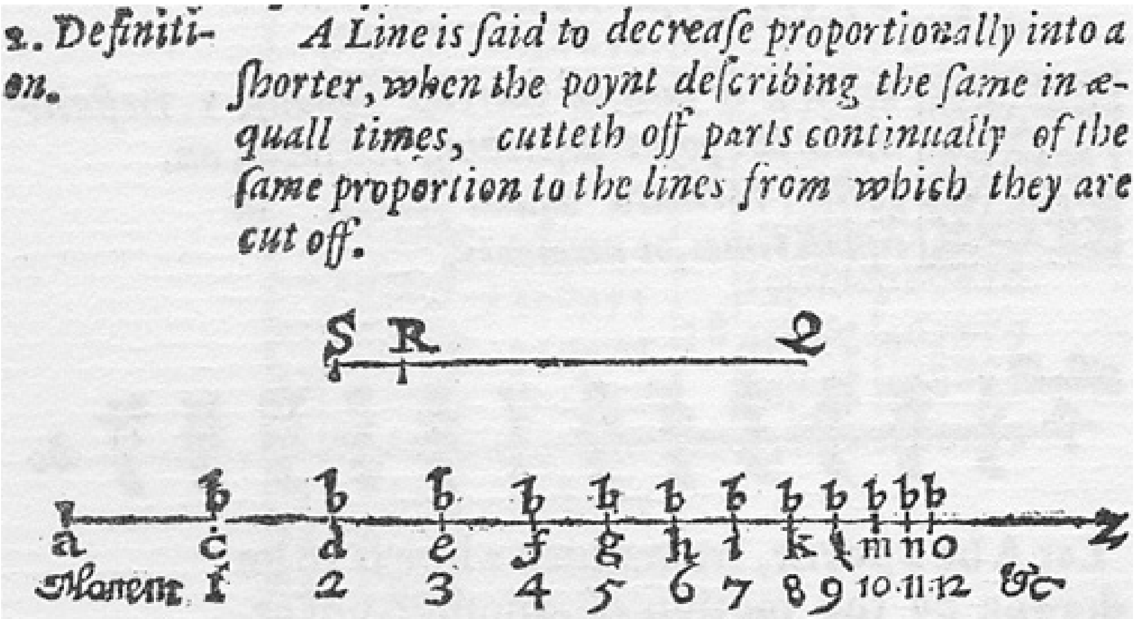
　２つの著作に共通する“Logarithms”の定義については、主に彼の著作“Mirifici logarithmorum canonis descriptio” において記述されている．


A LINE is ſaid to increaſe equally, when the poynt deſcribing the ſame, goeth forward equall ſpaces, in equall times, or moments.

1. Definition.

《和訳》

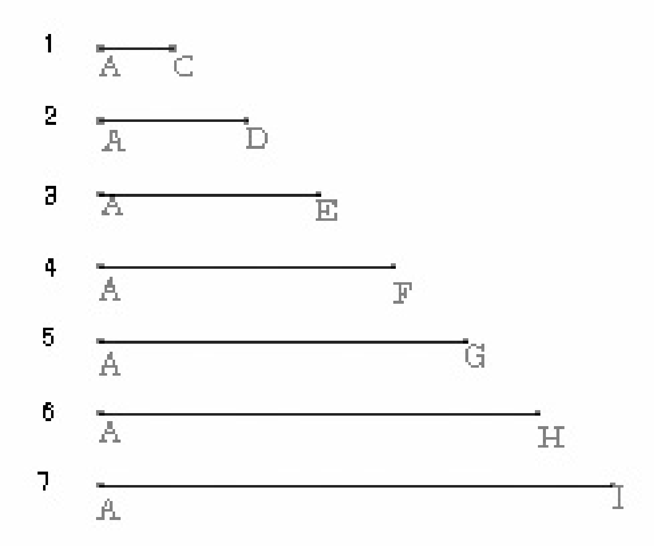
線分は等しい割合で増加する．１．定義　同じものを表す点が、同じ時間または瞬間に等しい長さだけ進んでいくとき．

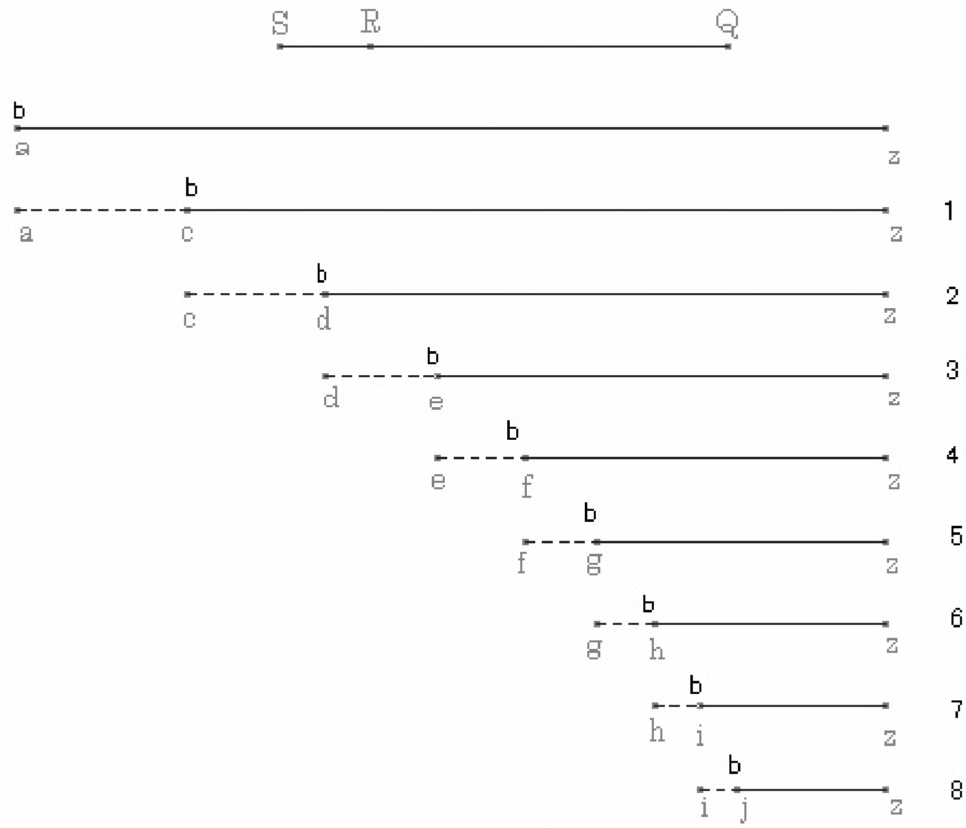

2. Definition.

A Line is ſaid to decreaſe proportionally into a ſhorter, when the poynt deſcribing the ſame in equall times, cutteth off parts continually of the ſame proportion to the lines from which they are cut off.

《和訳》

２．定義　線分が次第に短くなるように比例しながら減少するというのは、等しい時間に同じものを表す点がそこから引き離されていく線分と同じ比をもつ線分に連続的に切り離していくとき．


1
A C
2
A D
3
A E
4
A F
5
A G
6
A H
7
A I


S R Q
b
a z
b
a c z 1
b
c d z 2
b
d e z 3
b
e f z 4
b
f g z 5
b
g h z 6
b
h i z 7
b
i j z 8

3 Def. Surd quantities, or vnexplicable by number, are ſaid to be defined, or expreſſed by numbers very neere, when they are defined or expreſſed by great numbers which differ not ſo much as one vnite from the true value of the Surd quantities.

《和訳》

３．定義　無理量、すなわち数によっては説明不可能なものが、非常に近い数によって定義される､あるいは､表現されるというのは、それが、真の無理量の値からせいぜい１以下しか違わないような、非常に大きな数によって定義されるときである．

4 Def. Equall-timed motions are thoſe which are made together, and in the ſame time.

《和訳》

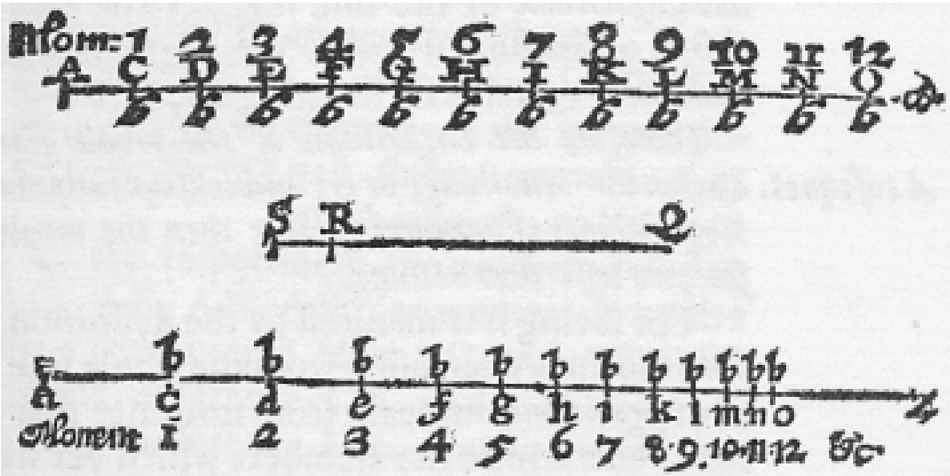
４．定義　等しい時間の運動とは、一緒に等しい時間で動くものである．

5 Def. Seeing that there may bee a ſlower and a ſwifter motion giuen then any motion, it ſhall neceſſarily follow, that there may be a motion giuen of equall ſwiftneſſe to any motion (which wee define to be neither ſwifter nor ſlower.)

《和訳》

５．定義　ある運動よりも、一層ゆっくりした運動も、また一層速い運動も与えられ得るということを知るときには、そのことからその運動に等しい速さをもつ運動が存在するということが結論できる(それをわれわれは速くも遅くもない運動という)．

6 Def. The Logarithme therfore of any ſine is a number very neerely expreſsing the line, which increaſed equally in the meane time, whiles the line of the whole ſine decreaſed proportionally into that ſine, both motions being equal-timed, and the beginning equally ſwift.



《和訳》

<u>６．定義</u>　したがって、任意の sine の Logarithme とは、次の線分を非常に近くに表現する数のことである．その線分は平均的な時間で等しく増加しており、一方、全 sine の方の線分は、比例的にその sine に向かって減少している．このとき、両方の線分の運動は等しい時間で行われ、またははじめは同じ速さをもっている．

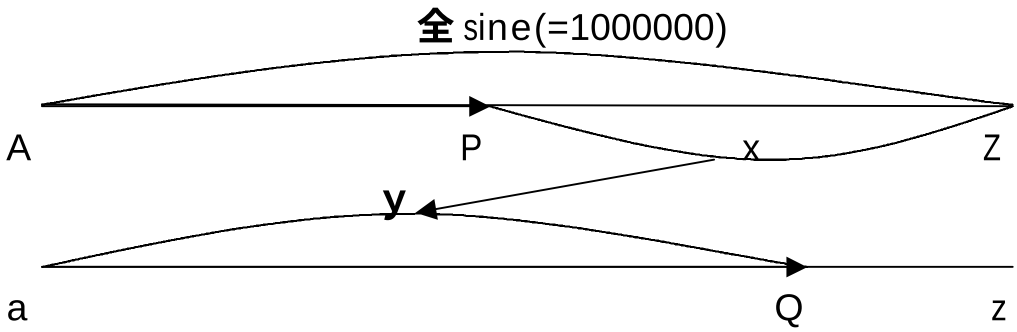
A coſequet. Therefore the Logarithme of the whole ſine 1000000 is nothing, or 0: and conſequently the Logarithmes of numbers greater then the whole ſine, are leſſe then nothing.

《和訳》

<u>系</u>　したがって、全 sine10000000 の Logarithme は０である．したがって、また全 sine より大きい数の Logarithme は０より小さくなる．

５．考察

これらの６つの定義から次のような事実が得られる．
定義１では、各時間において点を表す数の列が等差数列をなしている．
定義２では、各時間において点を表す数の列が等比数列をなしている．



《参考》
Napier は全 sine を 10000000 としていた．これは、レギオモンタヌスの三角関数表が７桁の数によって表記されていたためだとされている．

上の図において、同じ時間が経過したときの動点 P と動点 Q の位置に注目しそれぞれを、

$$PZ = x \quad , \quad aQ = y$$

とおき、ｘにｙを対応させることによりｙをｘの関数と考える．
このとき、

ｙはｘの Logarithme である

という．そして、

この“Logarithme”を対数と呼ぶ．

このようにして Napier は“Mirifici logarithmorum canonis descriptio”にて対数関数を定義したのである．

６．まとめと次回予告

John Napier は彼の著作“Mirifici logarithmorum canonis description”において、等差数列と等比数列の加法と乗法を対比することにより“Logarithme”の構成に成功した.

そして、この“Logarithme”を対数と呼んだ.

次回は、計算尺の仕組みに対数がどのように関係しているのかについて考えていくことにしよう.