出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.83-96、2004年3月

歴史的道具「比例コンパス」を用いた数学的活動による授業研究

―ガリレオの軍事的コンパスを題材として―

筑波大学大学院修士課程教育研究科
諏佐　洋一

章構成

要約

本研究では数学史とそれにちなんだ道具を用いた授業によって、生徒が数学に興味・関心を持ち、創造性の基礎を培うことができるか考察した。今回の授業の中で、生徒は道具の中に数学が盛り込まれていることに気づき、その道具を実際に使って、日常生活での問題を解決することによって、数学と日常生活とを結びつけることができた。そのことから、生徒は数学に対して興味・関心を一層喚起することができ、創造性の基礎を培うことができた。

キーワード：数学的活動、数学史、道具、比例コンパス、解釈学的営み、異文化体験

１．はじめに

高等学校学習指導要領解説(1999 発行)では「数学の学習がすべての生徒に必要であるとはいえ、高等学校では、数学に興味・関心等をもたない生徒が少なからずいることも事実である。」(1999, p.21)と生徒の数学離れを指摘している。この問題を受けて、今回の学習指導要領における改訂の趣旨として、「数学を学習する意義、数学的な見方や考え方のよさ、数学の美しさ、文化や社会生活において数学が果たしている役割などを理解させることにより、数学への興味・関心をもたせ、学習への意欲を高めること」(1999, p.21)を挙げている。さらには、「数学的活動」を重視し、「論理的思考力」、「想像力及び直観力」などの「創造性の基礎を培うこと」を目指している。

この内容に対して、筆者は、「数学的な見方や考え方のよさ」、「文化や社会生活において数学が果たしている役割」に着目し、数学史と道具を題材に授業を行うことによって、生徒が数学への興味・関心を持つことができるのではないかと考える。

数学史原典解釈を数学教育の中に入れる意義について、礒田は「実際の歴史上の原典を開き、その原典を記した人の立場や考え方を想定し、その人に心情を重ねて解釈すると、今、自分たちの学ぶ数学が、異なる時代・文化背景に生きた人々によって、まるで異なる

思考様式で研究され、表現されていたことが体験できる。それによって、自分たちが学ぶ数学も生き生きした人間の営みとして改めて認めなおせるのである。」(2002a, pp9-10)と述べている。さらに道具に関して、Maria は「古代からの道具や現代のテクノロジーのほとんどには、様々な数学が盛り込まれているが、それはその道具自体に隠されており、注意深く、意図的な分析をしないと理解できない」(2000, p347)と述べている。このことから、歴史的な道具を授業で取り上げることによって、数学化する内的な活動と観察、操作、実験などの外的な活動、両方を含んだ「数学的活動」を行うことができる。その結果、生徒は道具の中に数学が盛り込まれているということに気づき、数学に興味を持つことができるのではないかと筆者は考える。

これまでに数学史と道具を用いた授業の実践としては、山田(2003, p50)が矩を題材として、「当時の矩について原典解釈し、その利用法を追体験することで、身の回りのある道具の中にも数学があり、その数学は人が考えて創り出したものであることを感じることができる。」と報告している。

以上のことから、筆者は数学史と、それにちなんだ道具を用いることによって、「数学的な見方や考え方のよさ」、「文化や社会生活において数学が果たしている役割」に気づくことができるのではないかと考える。今回の授業では、題材として、ガリレオが発明した「比例コンパス」を取り上げ、それを用いた数学的活動を中心とした授業を行った。

２．研究目的・研究方法

(1) 研究目的

数学史とそれにちなんだ道具を題材とした授業を行うことで、数学を人の営みとして捉え、数学への興味・関心を一層喚起するとともに、創造性の基礎を培うことができるかを考察する。

目的達成のため、以下を課題とする。

課題１：歴史的な道具の構造・原理を解釈することにより、道具の中にある数学を見出し、数学を人の営みとして捉えることができるか。

課題２：課題１の達成と、歴史的な道具を実際に使ってみることによって、数学と日常生活との結びつきを感じることができるか。

課題３：課題１、課題２を通して、創造性の基礎を培うことができるか。

(2) 研究方法

数学史とそれにちなんだ道具を用いたオリジナルの教材を作り、授業研究を行う。そして、授業前後のアンケート、ビデオによる授業記録に基づき考察する。

３．「比例コンパス」の教材化

ガリレオの比例コンパスは別名「軍事的コンパス」とも言われるように、本来、あらゆる内径の大砲とあらゆる物質の砲弾に対して、どれだけの火薬量を装填すべきか即時に決定すること（装填量決定問題）や戦場における測量を目的として発明された。それ以外で

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.83-96、2004年3月

も、数学の訓練を受けていない人たちが冗長な計算を簡単に行う際も使われた。

ガリレオは、1606 年に比例コンパスの説明書として、『*Le Operazioni del Compasso Geometirico et Militare* 』を書いている。礒田(2001,2002b)は、原典解釈機会を取り入れるならば、解釈学的営みや、異文化体験を通じて、数学を人の文化的営みとして理解し、数学観の変容を促すことができると述べている。このことから、授業では Stillman Drake による英訳本『The Operations of the Geometric and Military Compasses』 (1977)を原典として扱った。

ガリレオはこの道具の鍵となる目盛りの取り方を秘密にし、この道具をパドヴァ大学での職の更新と昇給に利用した。そこで、筆者は、このガリレオの比例コンパスの目盛りの取り方を原典から探り、それを実際に作図するという数学的活動によって、数学が道具に盛り込まれることに気づくことができるのではないかと考え、ガリレオの比例コンパスを今回の授業の題材にした。

また、礒田は「道具を実際に利用してみることで、人は、その道具の開発者・利用者が何故それを用いたのか、彼らが実際どのように考えたのかを知るきっかけをえることができる。」(2003, p249)と述べている。さらに Maria(2000)は、「生徒たちが道具を見るだけでなく、実際に操作することは、数学的活動において認識的基礎となりうる重要なところを含んでいる。」と述べている。筆者は、この考えも採用し、ガリレオの比例コンパスを再現したものと、製図用の道具として使われている現在の比例コンパスを実際に利用することも取り入れた。この当時の道具を使う活動も礒田(2002b)の言う「異文化体験」であると筆者は考える。さらに、ガリレオの比例コンパスは、礒田(2003)に基づくと、「数学化の手段としての道具」、「他者の立場の想定に役立つ道具」として文化的価値、教育的価値があると思われる。

以上のことから、ガリレオの比例コンパスを題材とした授業を行うことによって本研究の目的・課題が達成されるかを議論する。

４．「比例コンパス」の数学的解説

ガリレオの比例コンパスは図１のように、たくさんの目盛りが付いている。この道具の構造・原理には、比、相似、平方根、立方根、三角比のような数学的な要素がたくさん盛り込まれており、三浦(2003)も、ガリレオの関数尺（比例コンパスのこと）には関数理解の萌芽を見ることができると

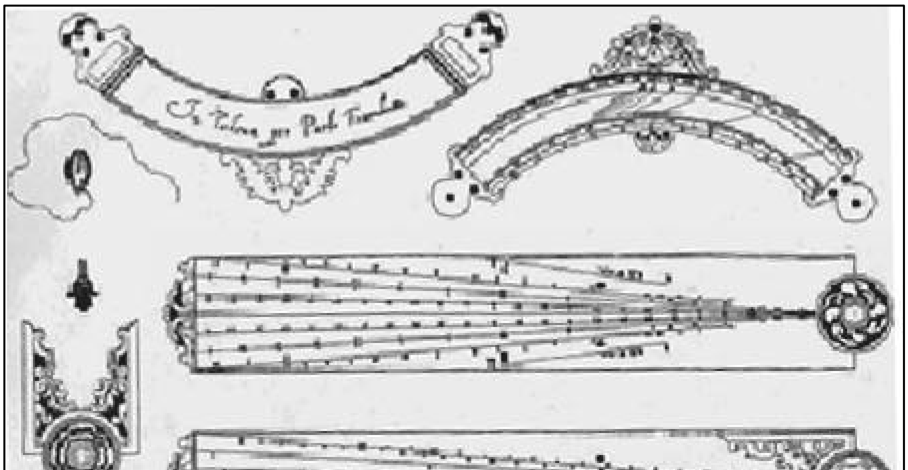


図１　比例コンパス

述べている。

比例コンパスの脚（図１の下）には表と裏、両方に様々な目盛りが付いている。比例コンパスの脚の基本的な使い方は、図２のように、$A:B=x:y$の相似の関係をうまく利用する。例えば、等間隔に分割された算術線を用いることによって、直線の分割、三数法（与えられた３つの数から４つ目の比例数を見つけること）、換金の問題の解決をすることができる。さらには、与えられた２数の積や商も計算できる。

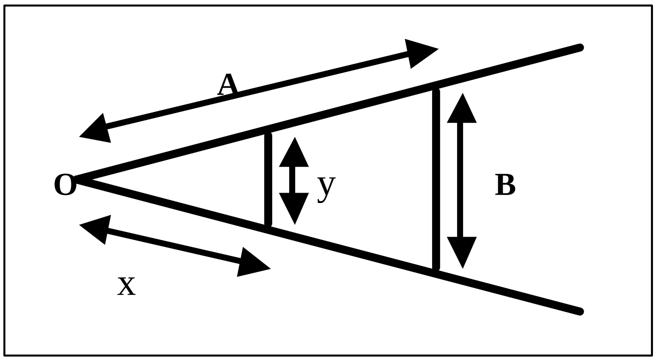
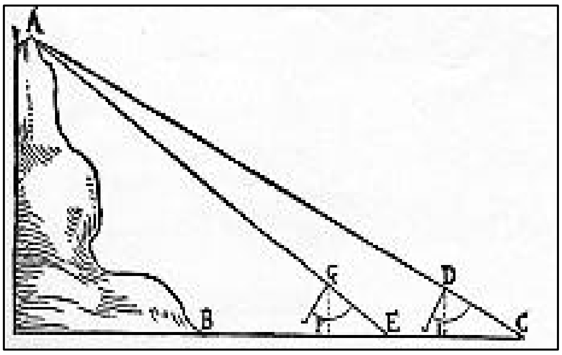


図２　比例コンパスの原理



【図３】　山の高さを測る

図１の上にある四分円の一番外側目盛りは、正接（tangent：高さ÷底辺による変化の割合）に対応する。具体的には、四分円の外側を、両端で 0 になり、中央（45 度）で 100 になるように、$100\tan a$　（$0°\le a\le 45°$）、$100\tan(90°-a)$（$45°\le a\le 90°$）の目盛りが両側から取られている。

この四分円の外側の目盛りは測量を行うときに使われる。これを用いることによって、四則演算を行うだけで物の高さを求めることができる。

今、図３のような山の高さを測るとする。地点 C と地点 E から仰角を測るようにして、外側の目盛りを読み、

$$\frac{(\text{地点Cでの目盛り})\times(\text{地点Eでの目盛り})}{(\text{地点Eでの目盛り})-(\text{地点Cでの目盛り})}$$

の計算を行うと、その計算結果が地点 C と地点 E の距離を 100 としたときの山の高さに相当する。証明は以下の通りである。

今、頂上の真下から地点 E までの距離を x、地点 C と地点 E の仰角をそれぞれ a 、b とする。このとき、山の高さ h は

$h=(x+100)\tan a$　・・・・・①

$h=x\tan b$　・・・・・・・・②

①、②より h と x の連立方程式を解くと

$$h=\frac{100\tan a\cdot\tan b}{\tan a-\tan b}$$

となり、右辺の分子、分母に 100 をかけると

$$h=\frac{(100\tan a)\cdot(100\tan b)}{100\tan a-100\tan b}$$

となる。四分円の外側の目盛りは $100\tan a$ で取られているから、先程の計算によって山の高さを求めることができる。

以上、見てきたように、比例コンパスにはたくさんの数学が盛り込まれている。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.83-96、2004年3月

5．「比例コンパス」の授業概要

(1)　授業環境

日時：平成 15 年 10 月 27 日、28 日、29 日（65 分×３時間）

対象：埼玉県立高校　第二学年（２クラス）

準備：コンピュータ(Windows)、作図ツール（Cabri GeometryⅡ）、
Microsoft Power Point 、プロジェクター、実物投影機、
授業記録用のデジタルビデオカメラ、コンパス、定木、
比例コンパス（現在の比例コンパスと、ガリレオの比例コンパスを
再現したもの２種類)、事前・事後アンケート、ワークシート、
授業資料等

(2)　授業展開

〈１時間目〉

【目標】

ガリレオの比例コンパスにおける四分円の目盛りの取り方を探ることによって、道具の中に数学が盛り込まれていることに気づく。また、なぜ簡単な計算で山や建物の高さが測れるのかを証明することによって、道具のよさを感じる。

【授業概要】

生徒が興味を持って授業に入っていけるように、17 世紀にタイムスリップしたということで図４をスクリーンに提示した。

【対話１】

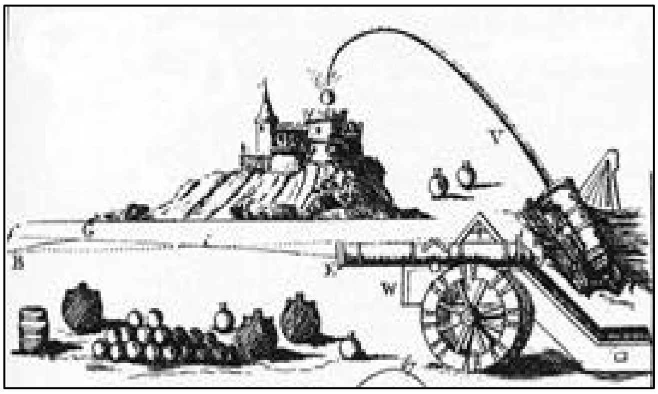
教師：みなさんは砲手です。敵のお城に大砲を一発で当てるためにはどんな情報が必要ですか？

生徒：城から撃つところまでの距離。

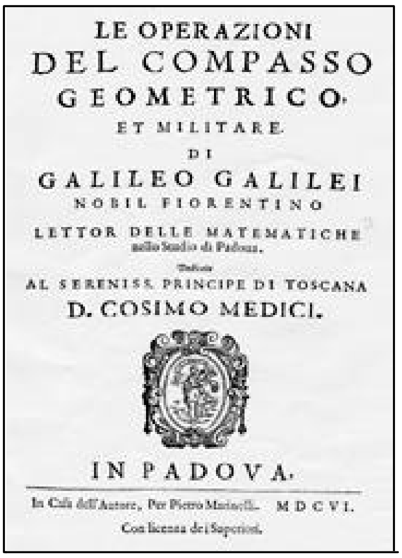
教師：どうやって測る？直接行って測ろうとしたら、相手の陣地に
入ってやられてしまうよね。

生徒：わからない。

教師：ここではお城の高さに注目してみよう。

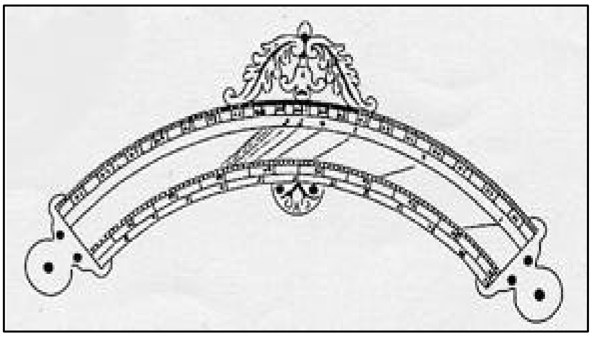


【図 4】城に向けて大砲を撃つ



【図５】　原典表紙

次に、今回の授業で取り上げる比例コンパスと、発明したガリレオについて紹介し、当時の時代背景を説明した。この時代は数学を学ぶ重要な理由の１つとして戦争が関係しており、どのように城の壁を頑丈にするか、砲弾を狙った標的に当てるためにはどの角度に向けるべきかなどが教えられていた。ガリレオの比例コンパスは、大砲の問題など、戦争に関しても使われていたことから、「軍事的コンパス」とも言われていたことも説明した。

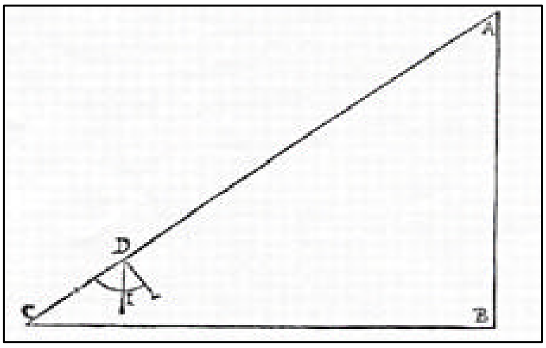


【図６】四分円の目盛り

「では、実際にこの比例コンパスはどのように使うのだろう？」という発問をし、原典解釈を行った。まず、山の高さの測定法を読んでもらい、授業者が簡単に説明した。比例コンパスの四分円の目盛り（図６，一番外側の目盛り）を使うと、簡単な四則演算を行うことによって山の高さを測ることができるのである。その後、実際に比例コンパスを使って、教室の天井の高さの測定を体験した（写真１）。ここでは、道具を手にして試行錯誤したり、「なんで簡単な計算で求められるの？」という声もあがったりと、生徒達が相談しながら主体的に活動している姿が見られた。

【写真１】天井の高さを測る

簡単な計算で山の高さが測れるのは、比例コンパスの目盛りをうまく取ったからである。しかし、ガリレオは説明書に目盛りの取り方を記さず、比例コンパスの使い方だけしか記さなかった。その理由をガリレオの人物紹介で述べた性格などと絡めて説明した。そこで、今回の授業では～ガリレオに挑戦～と題して、今まで生徒が学んできた数学を使って、比例コンパスの目盛りの秘密を探ることを３日間のテーマに掲げた。



【図７】簡単な高さの測り方

まずは、四分円の目盛りがどのように取られているのかを考えられるように、図７のような簡単な場合を考えた。生徒は原典解釈を行い、目盛りが$100\tan\alpha$で取られていることを導き出した。この活動から、道具に盛り込まれている数学的な要素を発見することができたと考えられる。

このとき、生徒から次のような質問が出た。

【対話２】

生徒：この当時、三角関数の表はあったのですか？

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.83-96、2004年3月

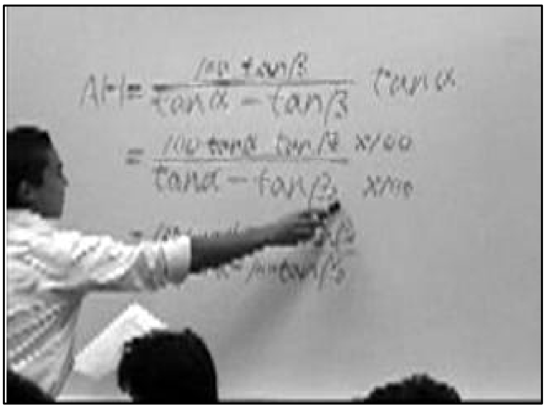
教師：実は、紀元前の頃から三角比の考え方はありました。

生徒：おー

教師：だから、もちろん 16 世紀には、ほぼ正確な値が出ていました。

四分円の目盛りが $100\tan\alpha$ で取られているということがわかったところで、「では、先程の山の高さはどうしてあのような簡単な計算で求めることができたのだろう？」と発問をし、生徒が実際に行った天井の高さの測定法が正しいということの証明を試みた。この活動によって、当時行われていた測量を、現在、生徒が学んでいる数学によって説明することできた。

【写真２】三角関数表はあったの？



【写真３】比例コンパスの仕組みを説明

城の高さがわかり、$\tan\alpha$ の値がわかれば、自分の位置から城までの距離を求めることができるということを最後に確認して、１時間目の授業を終えた。

〈２時間目〉

【目標】

比例コンパスにおける算術線を用いて作図をするという異文化体験をすることによって、昔と今の数学を比較する。

【授業概要】

授業を始める前に、「作図の際、定木は直線を引くためのもので、定木で長さを測ってはいけない。長さを測る時は、コンパス（生徒が持参したもの）で長さを取る。」ということを約束した。

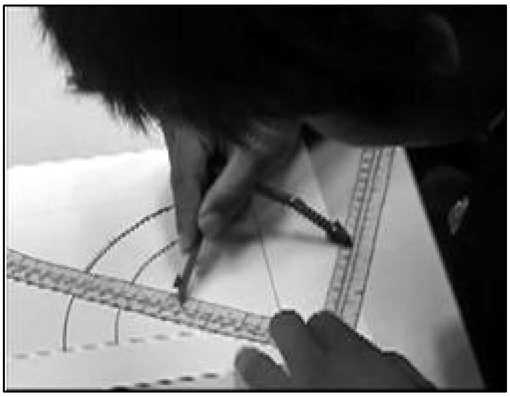
前回の復習として、四分円の目盛りが $100\tan\alpha$ で取られていることを確認した。目盛りのとり方がわかったところで、今回は、四分円の目盛りの作図を、比例コンパスを用いて行った。

四分円の目盛りを作成するための準備として、はじめに単位円における $\tan\alpha$ の図示について復習した。続いて、比例コンパスの使い方として、算術線（等間隔で目盛りが取られたもの）による直線の分割法を、原典をもとに説明した。直線の分割の原理のように、比例コンパスは幾何（相似）の仕組みを利用していることから、「幾何学的コンパス」とも呼ばれると紹介した。

以上のことを踏まえて、ワークシートに四分円の目盛りの作図を行った（写真４，図８）。机間指導の際、授業者の説明とは少し違ったアプローチで作図している生徒も見られ、この作図の活動は、自分たちで考える、主体的活動が行われた。

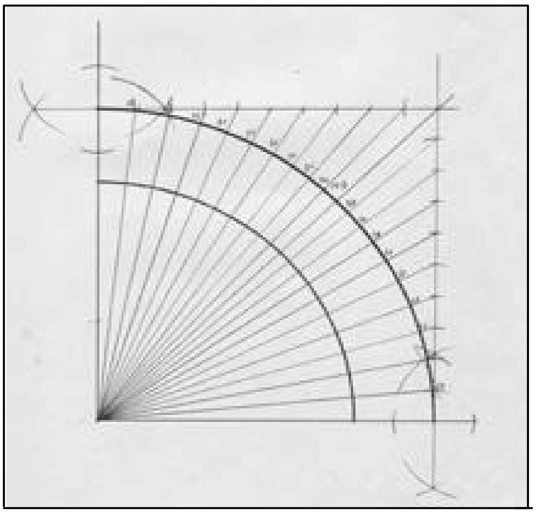
最後に、授業者がCabri GeometryⅡで作図した四分円の目盛りを掲示して確認をし、生徒に配った比例コンパスの目盛りと同じになっていることを確かめた。

続いて、直線の分割で使用した算術線のその他の使い方について、三数法、換金の問題が解決でき、比例コンパスは計算器としても使われていたことを説明した。



【写真４】四分円の目盛りの作図

次に、３つ目の目盛りの解読ということで、幾何学線の目盛りに移った。これも今までと同様、原典にある、正方形の面積を２倍にする正方形の１辺の長さを求める方法を手がかりとして、目盛りの解読を試みた。簡単には出てこなかったが、誘導しながら「幾何学線の目盛りは、実際の目盛りnに対して、基準の$\sqrt{n}$倍の長さで取られている」ということに気づいた。ここで、授業者は目盛りをx、実際の原点0からの距離をyとしたときに、$y = k\sqrt{n}$（kは定数）という関係式が成り立つ、つまり、この比例コンパスには関数としての要素が組み込まれているということを説明した。



【図８】生徒が作図した四分円の目盛り

〈３時間目〉

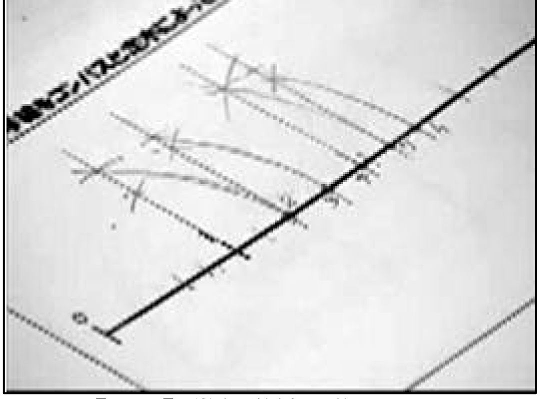
【目標】

今と昔の比例コンパスを比較し、17世紀頃に発明された、数学的要素が盛り込まれている道具が現在でも形を変えて残っていることを知り、数学を文化として、人の営みとして捉える。

【授業概要】

まず、幾何学線は実際の目盛りnに対して、基準の長さの$\sqrt{n}$倍で取られていたことを確認し、幾何学線の作図から行った（図９）。この作図においても、コンパスと定木だけを用いて作図を行い、生徒に実物投影機を用いてどのように描いたか説明をしてもらった（写真５）。

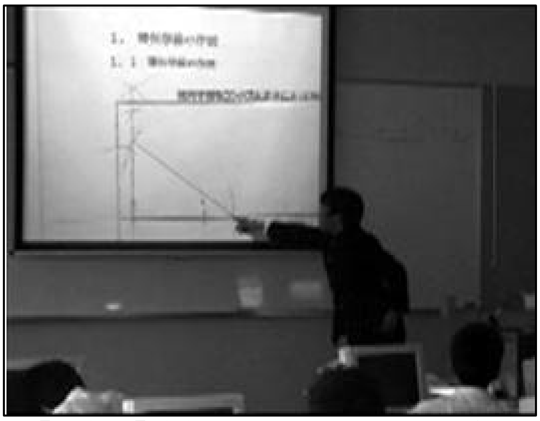
次に、生徒たちが行った作図と比較をするために、ガリレオの時代の作図の例としてレオナルド・ダ･ヴィンチのマドリッド手稿に



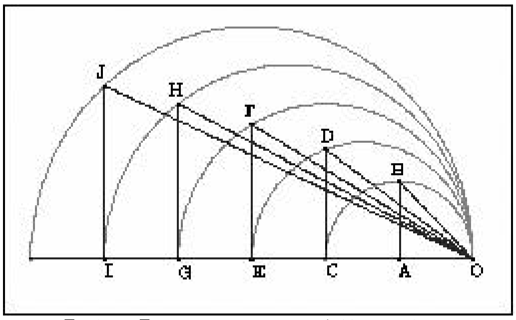
【図９】幾何学線の作図

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.83-96、2004年3月

描かれている図（図10）を紹介した。「本当にこの図で幾何学線が作図できるのか？」と発問をし、証明を試みた。この証明には比例中項（$a:x=x:b$）の考え方が出てくるので、この考え方はギリシア時代からあったことを補足として加えておいた。続いて、正方形の面積を与えられた比に縮小、拡大する１辺の長さを求める以外の幾何学線の使い方を説明した。


【写真５】実物投影機による生徒の発表

「平方根が対応する目盛りがあるのだから、立方根に対応する目盛りもあるのではないだろうか？」ということで、立方根が対応している目盛り（立体線）の 取り方に入っていった。しかし、この立体線は定木とコンパスだけでは作図することができない。これは、「立方体の倍積問題」と言われ、ギリシア三大問題の１つとして紀元前の頃から議論されていたことを述べ、その目盛りを作るための道具の例としてデカルトのコンパスの仕組みをCabri GeometryⅡを使って提示し、確かに立方根が求められることを示した。



【図10】マドリッド手稿の図
（Cabri GeometryⅡで筆者が作成）

次に、17世紀頃の文化的営みによって生まれた比例コンパスが、現在でも残っているということがわかるように、現在の比例コンパスを生徒に回して、ガリレオの比例コンパスとの比較を行った（写真６）。比較している際、周りの人たちと話し合いながら、いろいろと道具を動かしている様子が見られ、中には、道具の素晴らしさに驚いている生徒も見られた。また、「立方体の倍積問題」が比例コンパスを使うことによって簡単に解けてしまうということを、前もって準備した映像を見せることによって示した。


【写真６】現在の比例コンパスを使う

最後にまとめとして、「比例コンパスは１つの器具で、計算や開平、測量など、様々な実践的問題を解決できる道具である。この理由は、目盛りの取り方に工夫があったからで、そこには数学的な要素がたくさん組み込まれている。」ということを述べた。この３日間の授業で、解読できなかった目盛りがたくさんあるから、ガリレオへの挑戦はまだまだ続くということで授業を終了した。

6．議論

(1) 課題１に対する議論

課題１：歴史的な道具の構造・原理を解釈することにより、道具の中にある数学を見出し、数学を人の営みとして捉えることができるか。

アンケート（比例コンパスについてどう思うか、授業の感想等）に対する生徒の答え

（生徒の記述をそのまま抜粋）

① 比例コンパスの数学を応用した部分の仕組みが分かった。
② 数学のイメージがよくなった。物を作るときなど、数学がたくさん使われているとわかった。
③ １つの道具で、様々な問題が解けるのはすばらしいと思った。
④ これが発見されたことによって、物の高さの情報などを簡単に得ることができて、数学の世界はかなり発展したと思う。
⑤ 今の数学は、昔の人々（学者）の血のにじむ努力によって成り立っているのだと感じた。
⑥ 昔の人に対する敗北感と共に、昔の人に対する尊敬の気持ちを感じ、そして感動を覚えた。

授業後に行った生徒へのアンケート（比例コンパスについてどう思うか、授業の感想等）の内容をもとに課題１について議論する。

アンケートの①を見ると、比例コンパスにある目盛りを探る活動によって、道具の中にある数学を見出していることが分かる。②に関しても、同様のことが言える。また、③は、なぜ当時の人はこの道具を使ったのかということに気づき、道具のよさを感じていると思われる。

さらに、④では数学が発展してきると感じており、⑤からは、数学を人の営みとして捉えていることがわかる。⑥に至っては自分との比較を行い、昔の人々が作り上げてきた数学に敬意を示している。

以上のことから、課題１は達成されたと思われる。

(2) 課題２に対する議論

課題２：課題１の達成と、歴史的な道具を使うことによって、数学と日常生活との結びつきを感じることができるか。

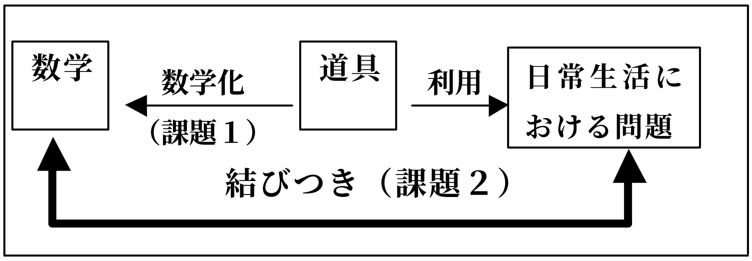
アンケート（授業の感想）に対する生徒の答え

（生徒の記述をそのまま抜粋）

⑦ 数学は日常の中に生きている！それはもうイキイキと。
⑧ 数学は生活に関係ないつまらないものだと思っていたけど、意外に関わりがあるものだと分かった。学習への意識が高まったと思う。
⑨ 三角比の公式だけ覚えた時と（比べて）、使い方に幅があってイメージが変わった。
⑩ 三角比や相似は思っていた以上に実生活で活用できるということ。
⑪ 数学はいつもいつも、計算とかばかりなので、コンパスや定木を用いて自分の力で原理を証明したことに新しい授業の感覚を得ることができた。

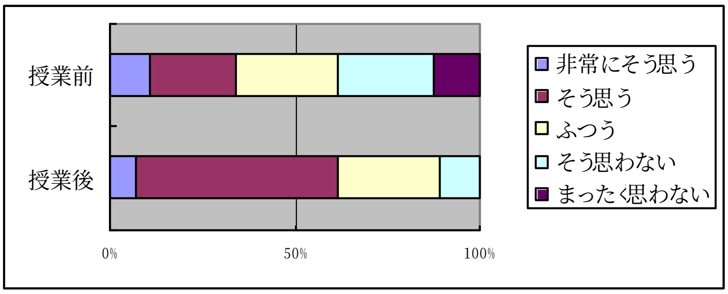
出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.83-96、2004年3月

課題１の達成から、比例コンパスには、数学が盛り込まれていると捉えることができた。課題２では、数学が盛り込まれている道具を利用することによって、日常生活における問題が解決でき、このことから道具を媒介として、日常生活と数学の結びつきを感じることができるか考察する（図 11）。



【図 11】道具を媒介しての数学と日常生活の結びつき

アンケート⑦、⑧でわかるように、授業の感想として、日常生活との結びつきを述べている生徒も見られた。



【図 12】授業前後のアンケート結果

続いて、全体のデータに着目して考察する。「数学が日常生活と結びついていると思いますか？」という質問に対して、選択式のアンケートを授業前・後に実施し、数値の変化を見た（図 12)。上の質問に対して、授業前に「非常にそう思う」、「そう思う」と答えた生徒は全体の 34.2%であったのに対し、授業後では 61.6%となっており、50%を超える大きな変容が見られた。さらに以下の検定結果からも、この授業によって、生徒の変容が見られ、数学と日常生活の結びつきを一層強く感じることができたと言える。

「あなたは数学が日常生活と結びついていると思いますか？」という質問に対して、選択式（５：非常にそう思う、４：そう思う、３：ふつう、２：そう思わない、１：まったく思わない）を用いて、授業前・後に調査した。授業前と、授業後の数値の差の母平均（m）が 0 かどうかを有意水準 $\alpha=0.05$ で母平均の差の検定を行う。
$m_0=0$ としたとき、帰無仮説 H：$m=m_0$、対立仮説 K：$m<m_0$ である。（左片側検定）
アンケートの結果から実現値を計算すると、$t=-4.993$ となる。また、t 分布表より

$$t_{0.05}(80)=1.664< \ t_{0.05}(72) \ < t_{0.05}(60)=1.671$$

であるから、帰無仮説 H：$m=m_0$ は棄却される。

以上２点から、課題２が達成されたと思われる。よって、道具を媒介することによって、図 10 のように、日常生活からの数学化を経験できたと言える。具体的に例を挙げると、【対話１】からわかるように、生徒からは三角比を使って距離を求めるという考え方がすぐに出てこなかった。しかし、数学的活動を入れた授業を行うことによって、アンケート⑨や⑩などのように、授業後には三角比の有用性に気づいている。つまり、日常生活からの数学化を経験しているのである。

課題１と課題２が達成されたことによって、アンケート②や⑨や⑪などに見られるように、生徒の数学観が変容したと思われる。 さらに、アンケート⑪や「実際に比例コンパスを使えて楽しかった」、「目盛りの発想がどこから来るのか不思議だった」な

ど、似たような感想がたくさん見られ、数学に対する興味・関心をもち、学習への意欲も高められたと思われる。

(3) 課題３に対する議論

課題３：課題１、課題２を通して、創造性の基礎を培うことができるか。

<u>アンケート（授業の感想）に対する生徒の答え</u>

（生徒の記述をそのまま抜粋）

⑫ 比例コンパスを見て、様々な単位で値を考えていくと、もっと数学は発展していくと思った。なぜそうなるのかという疑問を追究していくのもおもしろいと思った。

⑬ やればやるほど問題は簡単に解けるようになり、見方を変えれば難しそうな問題も意外と難しくないんだなと思えるようになった。

⑭ 数学を研究して、さらによい定理や法則を見つければ、世の中を変えられると思った。

⑮ 数学は奥が深いと思った。発想力がややよくなった気がする。

学習指導要領解説(1999, p5)では、創造性の基礎として、

〈１〉基礎的・基本的な知識・技能の習得を基にして多面的にものを見る力や論理的に考える力

〈２〉興味・関心をもち、数学的に考察・処理する力

〈３〉数学的な表現・処理の美しさや数学的な見方や考え方のよさを認識する豊かな感性

を例として挙げている。この３つについてアンケートから考察する。

アンケート⑫、⑬、⑭を見ると、道具の目盛りを探る活動などから、〈１〉と〈３〉が培われていると考えられる。続いて、課題２の後半で述べたことと、⑫から、数学に対して興味・関心を持つようになっている。さらに、【対話２】からも、生徒が当時の人々の立場に立って、考えようとしていることが見え、数学史に対して興味を持っていることがわかる。特に、⑮では「発想力＝数学的に考察・処理する力」と解釈すると、〈２〉も培われていると考えられる。

以上から、数学史と、それにちなんだ道具を用いることによって、創造性の基礎を培うことができる。

７． おわりに

本研究では、数学史と、それにちなんだ道具を用いることによって、生徒が数学への興味・関心を一層喚起するとともに、創造性の基礎を培うことができるかを考察した。

ガリレオの比例コンパスを題材とした数学的活動によって、生徒は道具の中にある数学を見出し、数学を人の営みとして捉えることができた。また、数学と日常生活との結びつきを感じることができ、図 11 の関係が成り立つことが言えた。このことから、数学への興味・関心を喚起することができ、さらには、創造性の基礎を培うことができるということがわかった。

一方で、アンケートの「数学は発展・進化してきたと思いますか？」という問いに対して、

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究(11)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.83-96、2004年3月

授業前後の生徒の変化があまり見られなかった。これは、「17 世紀の時、すでに現在でも使われている技術が完成していることに驚いた」という生徒の感想からわかるように、授業の中で、ガリレオの比例コンパスと、現在使われている比例コンパスの比較を行ったことによって、目盛りの一部がそのまま残っていると捉えたことからと考えられる。したがって、数学が発展してきたことによって、現在に用いられていると考えられることを促す必要があった。

今後は、この課題の解決を目標としていき、他の内容による数学史の積極的な取り扱いにも取り組んでいきたい。

謝辞

研究授業の実施に際して、埼玉県立春日部高等学校の早乙女勤先生、渡辺正弘先生、金子豊先生、増田大作先生をはじめ、数学科の先生方には多大なるご協力と共に、貴重なご指導ご指摘をいただきました。厚く御礼申し上げます。

注）

本研究は平成 15 年度科学研究費、特定領域研究(2)課題番号 15020214「数学用機械と JABA による移動・変換と関数・微積ハンズオン教材の WEB 化研究」（研究代表者礒田正美）において開発された歴史的道具を前提にして、平成 15 年度科学研究費、基盤研究(B)(2)課題番号 14380055「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のための教材・指導法開発研究」（研究代表者礒田正美）の一環として行われた。

＜引用・参考文献＞

【１】文部省(1999). *高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編*. 東京：実教出版.

【２】礒田正美(2002a). 数学的活動を楽しむ心を育てる. 礒田正美(編). *課題学習・選択学習・総合学習の教材開発*. 東京. 明治図書.

【３】Bartolini Bussi, G. Maria (2000). Ancient instruments in the modern classroom. In John Fauvel , Jan van Maanen (eds.), *History in mathematics education*, 343-350. Boston：Kluwer Acadenic.

【４】山田奈央(2003). 「矩」を題材とした創造性の基礎を培う授業について: 中国数学史原典「周髀算経」の解釈を通して. *教育評価の転換と歴史文化思考の数学教育*: *ADDING IT UP: Helping Children Learn Mathematics　中学校・高等学校数学科教育開発に関する研究 (9)　筑波大学数学教育学研究室*, 41-53.

【５】三浦伸夫(2003). ガリレオの関数尺. *数学教育 10 月号, No.551*, 15-19. 東京：明治図書.

【６】礒田正美(2001). 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察: 隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて, *筑波数学教育研究*, 20, 39-48.

【７】礒田正美(2002b). 解釈学からみた数学的活動論の展開. *筑波数学教育研究*,21,1-10.

【８】礒田正美(2003). なぜ道具を数学教育で活用する必要があるのか: 道具を使ってこそ学べる数学の教育的価値を明かすためのパースペクティブ. *日本数学教育学会 第36回数学教育論文発表会　「課題別分科会」発表集録*, 246-249

上記以外に教材開発で参考にした文献

【９】M. Bion(1995). *The Construction and Principal Uses of Mathematical Instruments* (Edmund Stone 訳). New Jersey. Astragal Press.

【10】S. Drake(1976). *ガリレオの計算器*(横山雅彦 訳). *サイエンス*, **6**(6), 96-106. 東京：日本経済新聞社.

【11】S. Drake(1984). *ガリレオの生涯①:ピサの斜塔と自由落下*(田中一郎 訳). 東京：共立出版. (原典 1978).

【12】田中節子(1989). *ガリレオの発想*. 東京：八千代出版.

【13】豊田利幸編(1973). *世界の名著 21 ガリレオ*. 東京：中央公論社.

【14】田中一郎(1995). *ガリレオ 庇護者たちの網の中で*. 東京：中央公論新社.

【15】レオナルド・ダ・ヴィンチ(1975). *第II巻 マドリッド手稿II 原本複製*. 東京：岩波書店.

【16】レオナルド・ダ・ヴィンチ(1975). *マドリッド手稿 第V巻 マドリッド手稿II本文翻刻 ラディスラオ・レティ*(裾分一弘 久保尋二 訳). 東京：岩波書店.