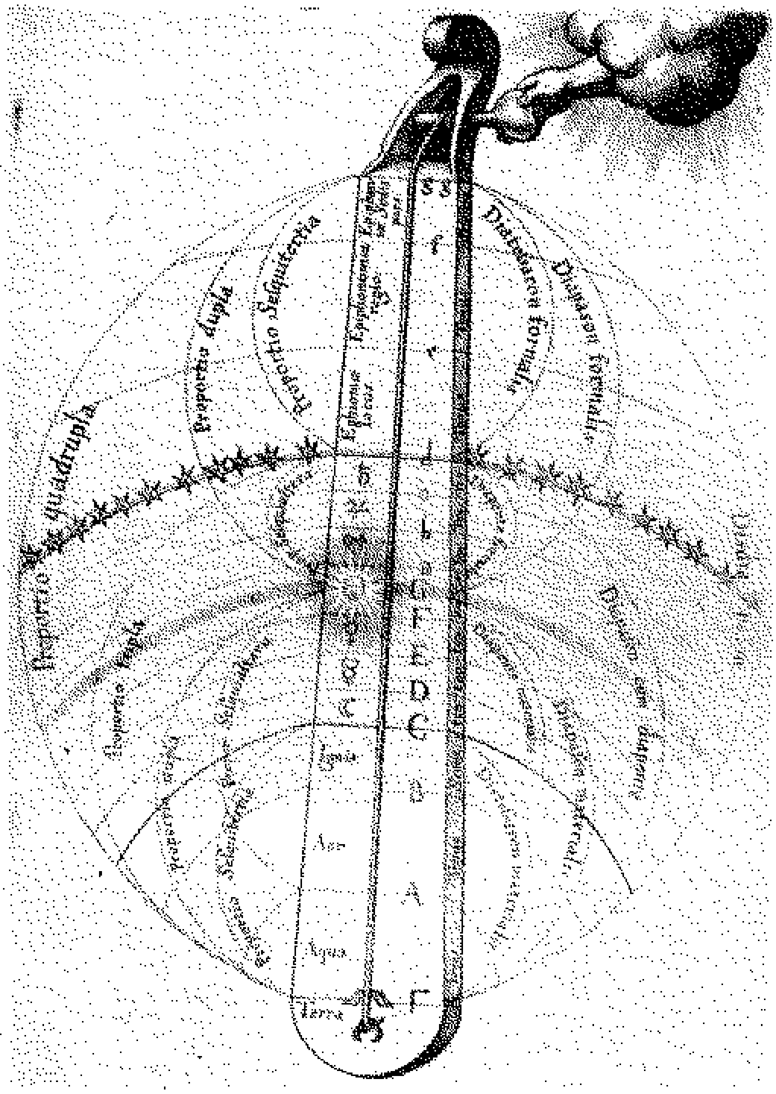
音階の中の数学

１時間目：ピタゴラスの音階



氏名

授業者 筑波大学修士課程１年 教育研究科数学教育コース

ギリシア音楽の起源

ギリシアの音楽の起源については、紀元前 8 世紀以前の確かな記録はのこっていないが、それ以前から、葡萄摘みの歌や、死者への哀悼歌、婚礼歌などがあったことが伝えられている。

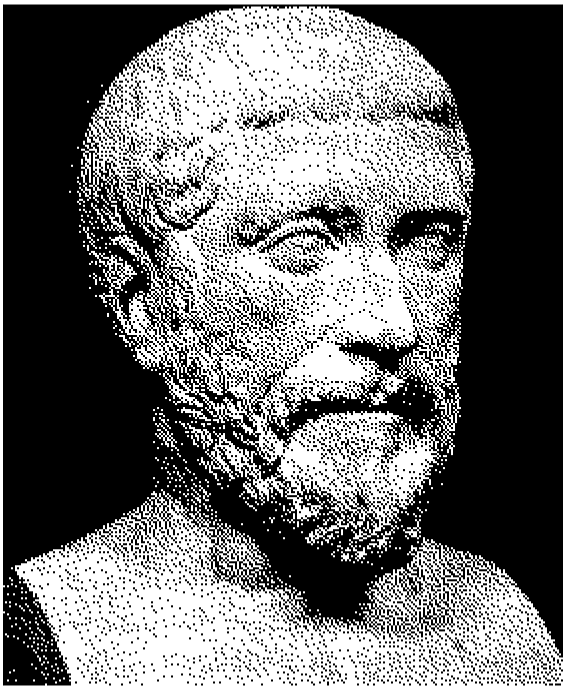
また、ギリシアという国は多民族国家であり、まず地中海のミノア文化を誇るクレタ島中心の民族が南方に、小アジア文化を誇るリディア、フリギア人が東方に。北方からは後に中心勢力となったドーリア民族が進出してくる。

このような事情から統一専制国家が作られずに、ポリス（都市国家）社会を形成した。その結果、都市文明による対立抗争が耐えなかった。こうして、その紛争解消の手段として、アポロンの祭典を共同主催する計画が成功し、紀元前 1000 年ごろから、当時のギリシアの首都デルフィー（Delphi）においてピュティア競技というものが行われ、ここで体育と音楽が行われた。

このように音楽は市民生活に重要な地位を与えるようになった。

（引用　「音階の発生よりみた音楽起源論」　黒澤高朝 著）

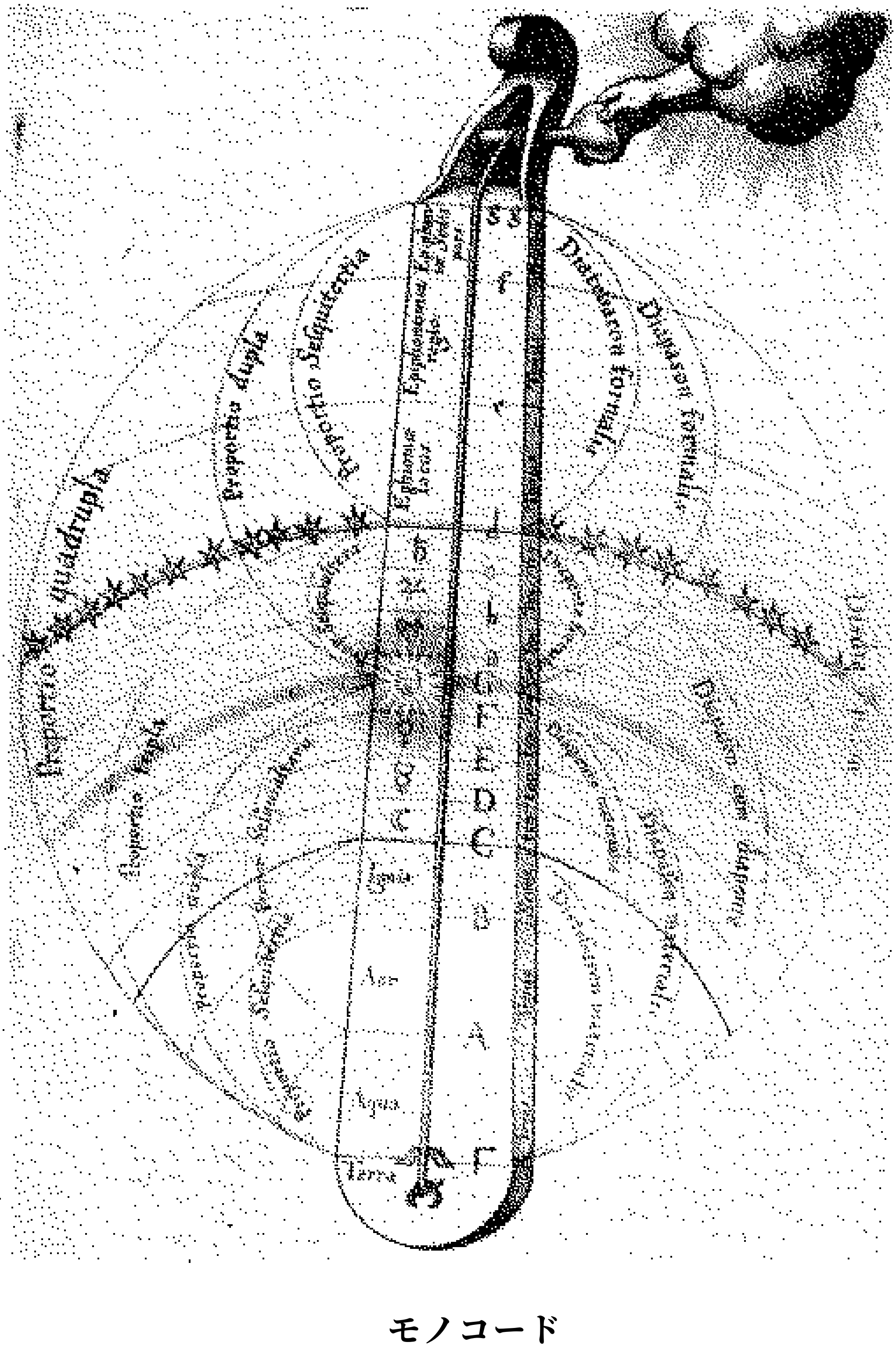
ピュタゴラス（pythagoras）



ピュタゴラスは、紀元前572 年ころサモス島に生まれた。彼はサモスの領主ポリュクラテスの支配から逃れるために南イタリアに移住し、その後メタポンティオンという地に移り、高齢に達したのち死亡した。

ピュタゴラスは22歳のころに、エジプトに留学し、学僧らから星学、哲学、数学を学んで帰国した。

そして、一弦琴（monochordon）を用いて、弦の分割比から、協和する和音を確認した。


Proportio quadrupla
Proportio dupla
Proportio Sesquitertia
Diatessaron formalis
Ignis
Aer
Aqua
Terra

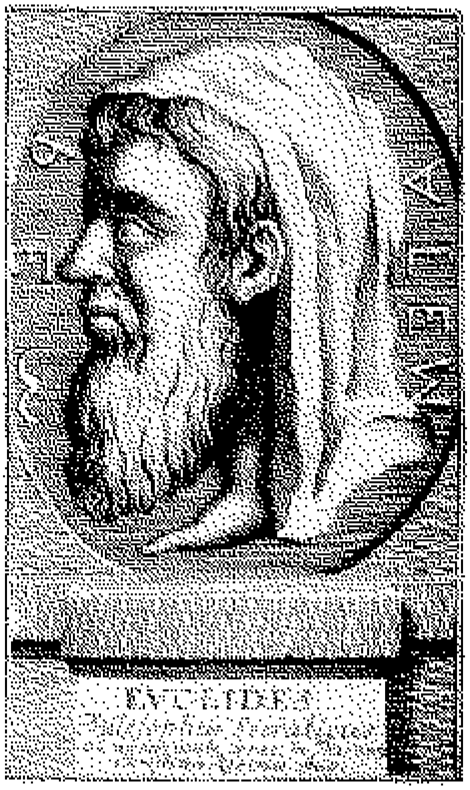
モノコード

ピュタゴラス音律

一弦琴の弦の　2/3 の分割を繰り返し重ねて音階の音を求めていく方法。

メモ

ユークリッド原論



ユークリッド原論は、ギリシア時代に行われていた数学の集大成としてユークリッド（紀元前３６５～２７５）が当時の数学をまとめあげた著作集である。ユークリッドは当時の学校ムセイオンの教師として有名な人物であった。ユークリッド原論は、その学校の教科書として作ったものである。

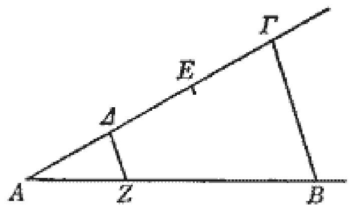
ユークリッド原論の解法

9

与えられた線分から指定された部分*を切りとること。

与えられた線分を AB とせよ。このとき AB から指定された部分を切りとらねばならぬ。

3分の1が指定されたとせよ。A から AB と任意の角をなす線分 $A\Gamma$ がひかれたとせよ。$A\Gamma$ 上に任意の点 Δ がとられ，ΔE, $E\Gamma$ が $A\Delta$ に等しくなるようにせよ。そして $B\Gamma$ が結ばれ，Δ を通り，$B\Gamma$ に平行に ΔZ がひかれたとせよ。



そうすれば $Z\Delta$ は三角形 $AB\Gamma$ の1辺 $B\Gamma$ に平行にひかれたから，比例し，$\Gamma\Delta$ が ΔA に対するように，BZ が ZA に対する。ところが $\Gamma\Delta$ は ΔA の2倍である。それゆえ BZ も ZA の2倍である。ゆえに BA は AZ の3倍である。

よって与えられた線分 AB から指定された3分の1の部分 AZ が切り取られた。これが作図すべきものであった。

（ユークリッド原論、第６巻、命題9）