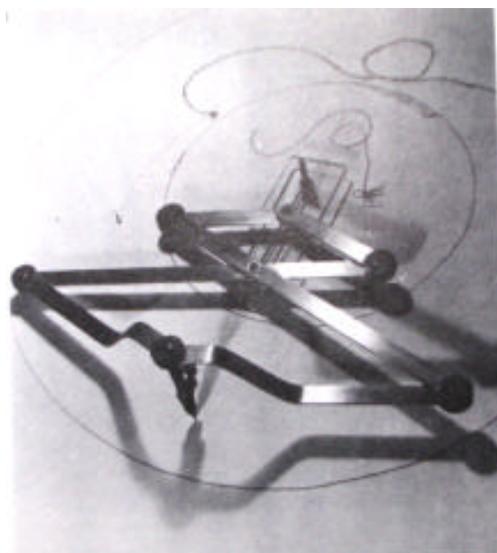


授業資料 10月29日

2年 組 番 氏名

---

# 円錐アナモルフォーズ



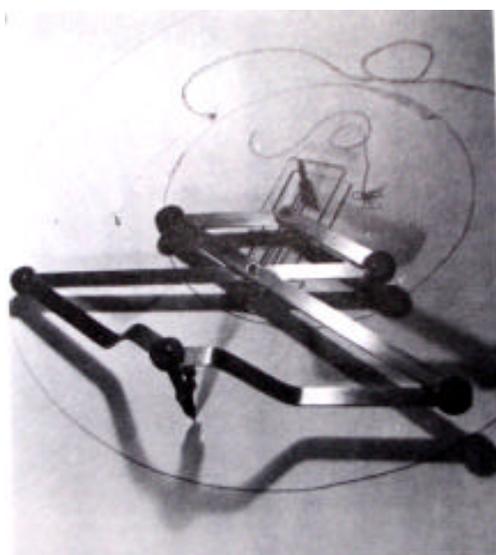
授業者：大西直

(筑波大学大学院 修士課程 教育研究科 1年)

## 1. 道具による、円錐(鏡)アナモルフォーズの作成

前回の授業では円錐(鏡)アナモルフォーズの目盛りを作図によって得たという話をしました。それに対して、20世紀後半、道具によって円錐鏡アナモルフォーズを描く方法を得た人物がいました。ミッシェル・パレ(Michelet Parre)です。パレが1973年に考え出した道具は下写真のパンタグラフで、これは「パレのパンタグラフ」と呼ばれています。

パンタグラフ・・・一定の倍率で図形を写すのに用いる道具のこと。



今日はこのパンタグラフの仕組みをみんなで考えながら、最後に実際に簡単なアナモルフォーズを描いてみましょう。

【活動】・・・パンタグラフの動きを知ろう。

(コンピューター室)

デスクトップ上のファイル「parrepanta\_circle」または「parrepanta\_tri」を開き、「Drag」の部分をクリックしてください。

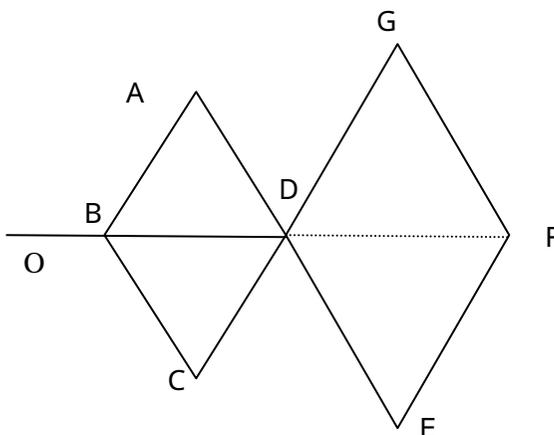
(CAI 教室)

「<http://www.kyouiku.tsukuba.ac.jp/~hiro1980/anamor/>」を入力し、「parrepanta\_circle」または「parrepanta\_tri」を開き、「Drag」の部分をクリックしてください。

なぜこの道具で円錐アナモルフォーズが描けるのでしょうか？この問いに答えるために、まずこの道具がどんな性質を持っているかを探りましょう。

点  $O$  を円錐鏡底面の円の中心に固定し、また、点  $D$  は円錐鏡底面の円周上を動きます。

正像上のある点  $B$  を円外の点  $F$  にその点を移します。



問．点  $B$  が線分  $OD$  上を動くとき、この二つのひし形はどのような関係ですか？

二つのひし形、 $ABCD$ 、 $DEFG$  それぞれについて

2 組の対辺はそれぞれ \_\_\_\_\_ である

したがって、 $AB$ 、 $GC$ 、 $FE$  はそれぞれ \_\_\_\_\_ で

同様に  $BC$ 、 $AE$ 、 $GF$  もそれぞれ \_\_\_\_\_ である

したがって二つのひし形  $ABCD$ 、 $DEFG$  は \_\_\_\_\_ である

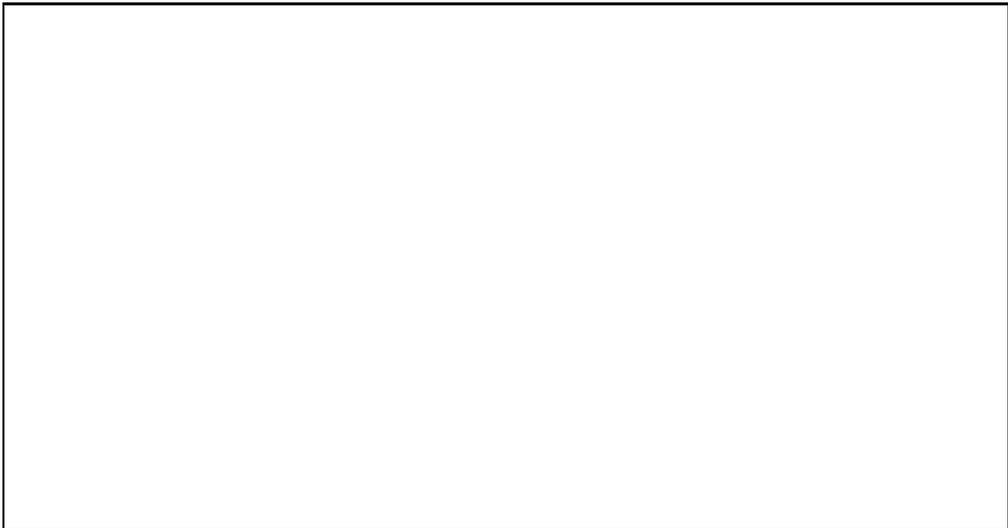
以上より、点 B、D、F の間には、「 \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ の比が常に一定である」という関係が成り立っていることが分かります。

**問** . ではなぜ  $BD : DF$  の比が常に一定なのか。

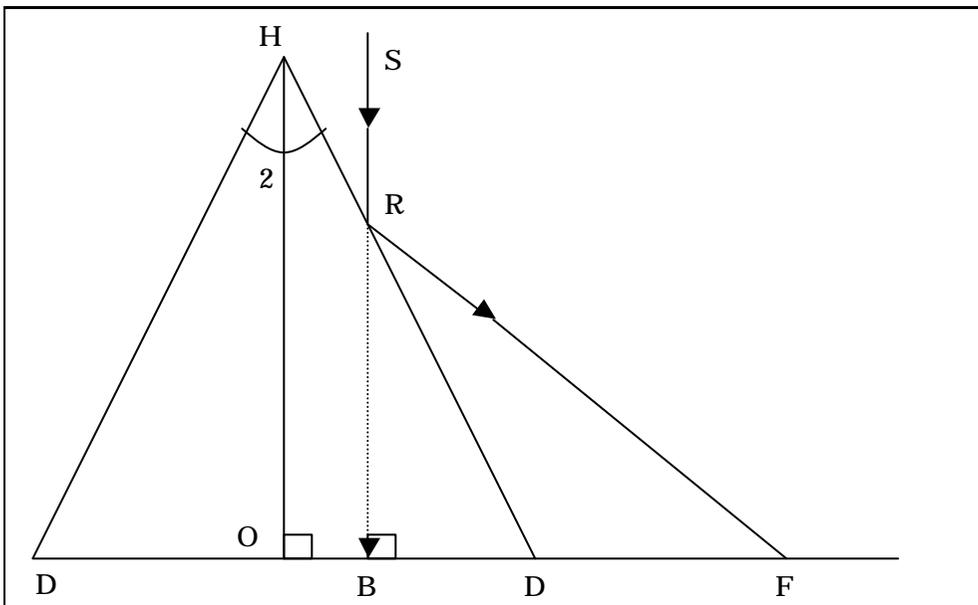
ここで、ミッシェル・パレがこのパンタグラフを作成するに当たって前提とした、大変重要なことがあります。それは、「**視線は平面(底面)に対して垂直に降りる**」としたことです。

つまり、ニスロンが作成した図のように視線が放射線状ではなく、全ての面に対して垂直方向に降りるということです。これは視点を無限遠点まで引き上げたときにおきる現象で、この前提の違いが、ミッシェル・パレがこのパンタグラフを発明できた最大の要因と言えるでしょう。

では、**問** に答えるために、視線(光の筋道)がどのようになっているかを作図してみましょう。



問．なぜ  $BD : DF$  の比は一定なのだろうか。円錐鏡を頂点を通る平面で切断したときの断面図において、三角形の頂点の角度  $\angle DHD' = 2\theta$  とすると、光の道筋について、何がいえようか。

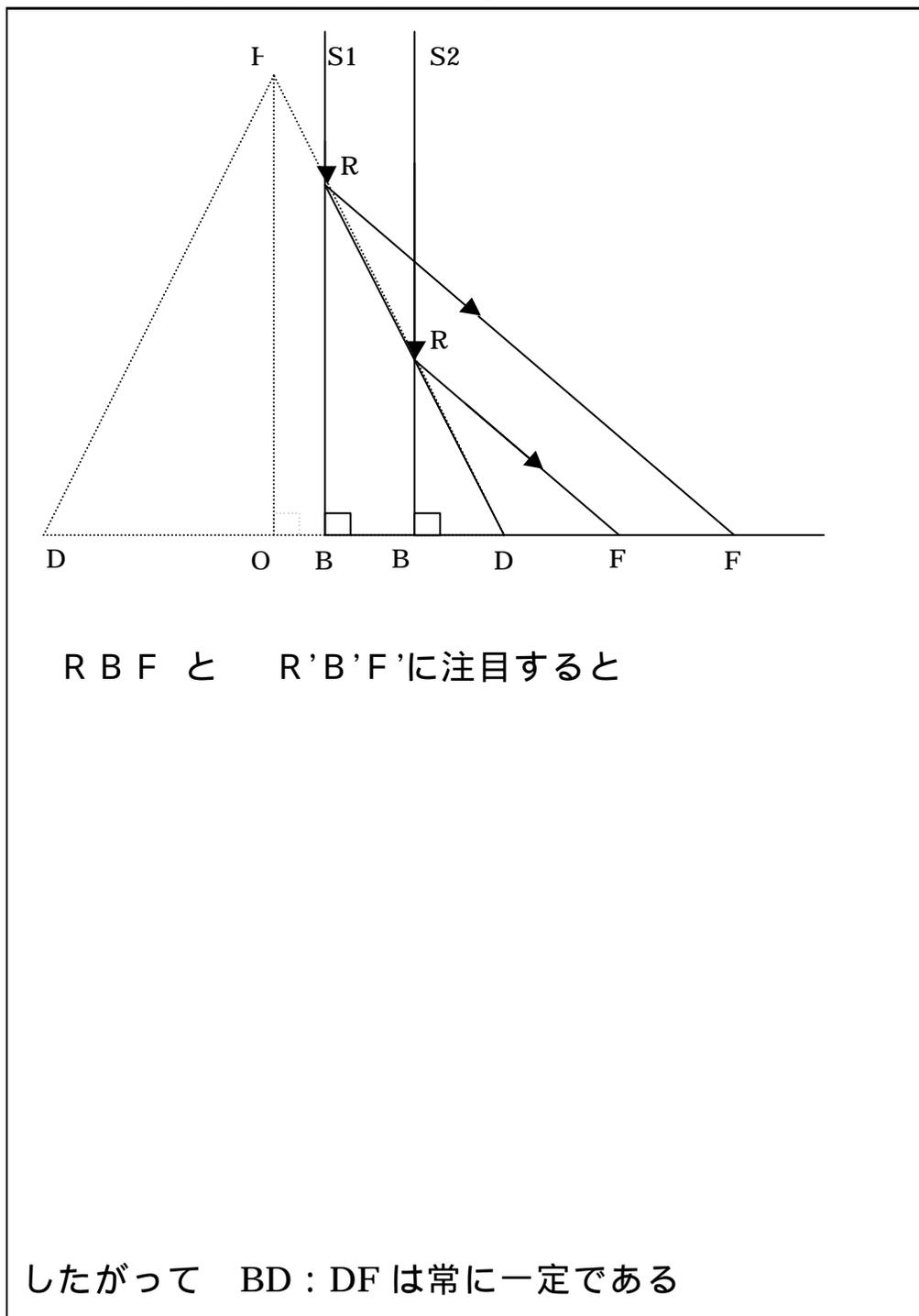


HO と SB は平行なので

したがって  $RB : RF = \text{_____} : \text{_____}$

角の二等分線は対辺をどのような比でどのような比で分割するでしょうか。

次に、二本の視線を考えてみましょう。



R B F と R' B' F' に注目すると

したがって  $BD : DF$  は常に一定である

以上よりミッシェル・パレは、  
視点が\_\_\_\_\_にあると仮定することで、全ての視線  
がそれぞれ平行に、平面に対して垂直方向に降りているとし、  
「\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_」の法則を利用することで「内角  
の二等分線の性質」を使用し、  
全ての視線とその反射光線が\_\_\_\_\_な三角形を作り出  
すことを利用することで  
このパンタグラフを発明したということが分かりました。

**【活動】**

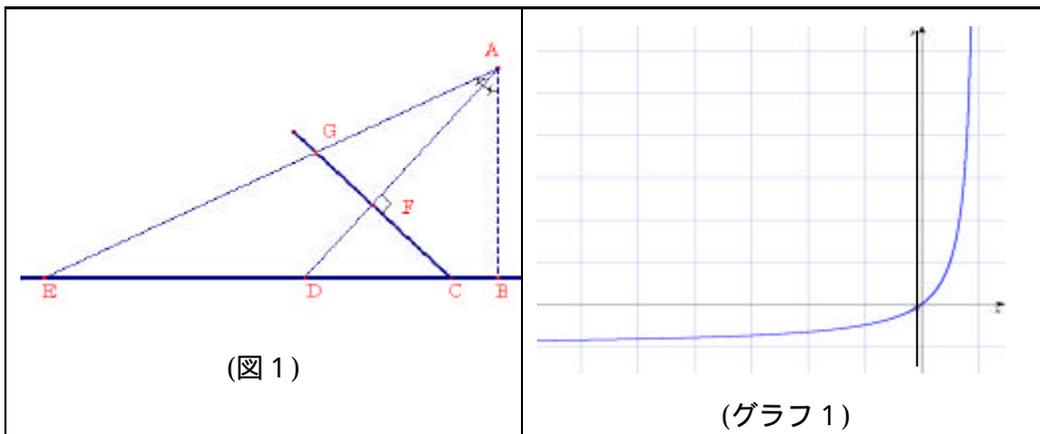
円すい底面内に自由な図形を書き、パレのパンタグラフで歪曲してみま  
しょう。授業が終わる 5 分前には書き終えるようにしてください。

**問** . パレのパンタグラフの良いところ、悪いところを挙げられるだけ挙げて  
ください。

## 2 . 昨日のまとめ

ダイレクトタイプのアナモルフォーズや、円錐鏡アナモルフォーズの目盛りは作図から得られていたことを学習し、同様の目盛りを関数を用いることで表せることを示しました。

### 2 - 1 . ダイレクトタイプのアナモルフォーズ



#### 【解法】

図 1 において、視点を点 A としたときに絵画のある点 G を見たときの DE の長さを求めたい。

AB=I, BD=b, AF=a, FG=x, DE=y, FAG= , BAD= とし tan( + ) を 2 通りで表すことによって次の関数を得る。

$$y = -\frac{I^2}{b} - b + \frac{aI(I^2 + b^2)}{b} \times \frac{1}{aI - bx}$$

### 2 - 2 . 円錐鏡アナモルフォーズ

#### 【解法】

次ページ図 2 において、AO= I, CO= h, OD= r, FG= b, GO= a, OB= x, OE= y,

OAB= , OCD= , とおくと tan(2 - ) を 2 通りで表すことにより次の関数を得る。

$$y = \frac{(r^2 - h^2)}{2hr} + \frac{b}{2hr} \times \frac{(r^4 + h^4)}{2hrx + (h^2 - r^2)} - a - r$$

