事 前 アンケート

以下の質問に、答えてください。
（教科書を見たり、指示がない限り、調べたりしないでお答えください）

Ⅰ.

①「数学の公式」の導かれる過程を知りたいと思いますか？

ア．思う　　　　イ．思わない

②「数学の公式」は、導かれる過程を理解しなくても、ただ覚えればよいと思いますか？

ア．思う　　　　イ．思わない

そう思う理由

③高校に入ってから今まで数学を学習してきて、一番興味がある、もしくは役に立ちそうな分野(その理由も)を挙げてください。（なければ、「なし」で結構です）

④数学は好きですか？

ア．好き　　イ．嫌い（　　　頃から嫌いになった）　ウ．どちらでもない

その理由

Ⅱ.

①あなたの将来の夢を語ってください。

②将来のあなたにとって、「数学」は必要ですか？

ア．必要　　　　　イ．必要でない

その理由

Ⅲ．**国語辞典**で「**不可分**（**量**）」の意味を調べてください。

１限目直前アンケート

以下の質問に、答えてください。
（教科書を見たり、指示がない限り、調べたりしないでお答えください）

Ⅰ.

① x^n の「**不定積分**」を書いてください

② ①の式は、どのようにして導かれましたか？

③「**定積分**」の定義式を書いてください。

④「**定積分**」とは、何ですか？　また、どのようなことに利用できると思いますか？

⑤「微分」と「積分」は、数学史的にはどのような関係にあると思いますか？
（想像で結構です）

Ⅱ. ｘｙ平面において、放物線　$y=x^2$，ｘ軸，$x=1$　とで囲まれた部分の面積を求めてください。

事 後 ア ン ケ ー ト

以下の質問に、答えてください。

Ⅰ.

①「数学の公式」の導かれる過程を知りたいと思いますか？

ア．思う　　　　　　イ．思わない

②「数学の公式」は、導かれる過程を理解しなくても、ただ覚えればよいと思いますか？

ア．思う　　　　　　イ．思わない

そう思う理由

③高校に入ってから今まで数学を学習してきて、一番興味がある、もしくは役に立ちそうな分野(その理由も)を挙げてください。(なければ、「なし」で結構です)

④数学は好きですか？

ア．好き　　イ．嫌い（　　　頃から嫌いになった）　ウ．どちらでもない

⑤　④で答えた結果が、将来変わる可能性はあると思いますか？

ア．あると思う　　イ．ないと思う

その理由

Ⅱ．あなたにとって、「数学」は必要ですか？

ア．必要　　　　　　イ．必要でない

その理由

Ⅲ．最後に、今回の授業に対する感想を書いてください。

ワークシート

ロヴェンバールのサイクロイド

求積の前に、1600年代の数学者の間で流行した曲線サイクロイドについて
○ロヴェンバールのサイクロイドを描いてみよう

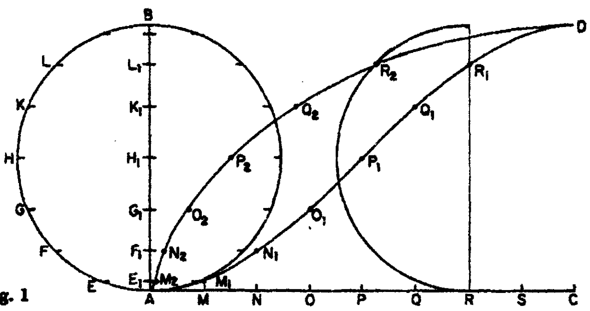


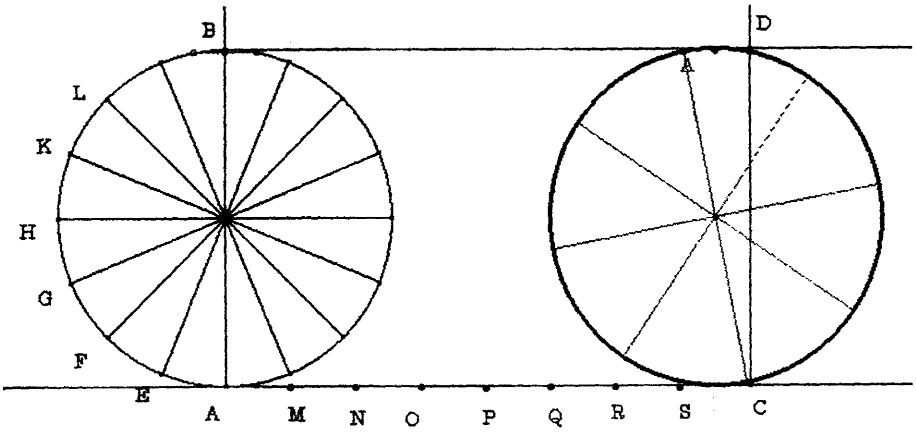
Fig. 1

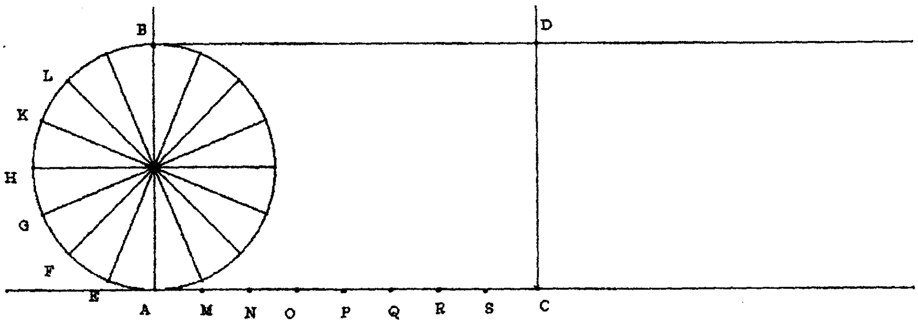
To Generate the Cycloid. **Let the diameter *AB* [Fig. 1] of the circle *AEGB* move along the tangent *AC*, always remaining parallel to its original position, until it takes the position *CD*, and let *AC* be equal to the semicircle *AGB*. At the same time, let the point *A* move on the semicircle *AGB*, in such a way that the speed of *AB* along *AC* may be equal to the speed of *A* along the semicircle *AGB*. Then, when *AB* has reached the position *CD*, the point *A* will have reached the position *D*. The point *A* is carried along by two motions—its own on the semicircle *AEGB*, and that of the diameter along *AC*. The path of the point *A*, due to these two motions, is the half cycloid *A* ··· *D*, the second half being symmetrical with the first.**

サイクロイドを発生させるために

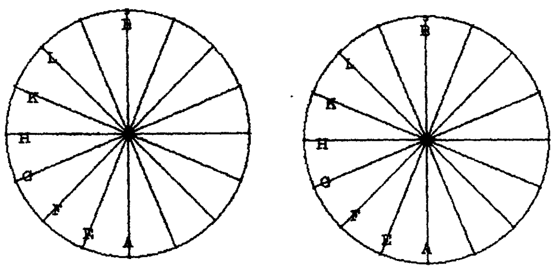
[図1]円AEGBの直径ABを接線ACに沿って、その原点までずっと平行にCDまで動かし、線分ACの長さが半円AGBの弧の長さと一致するようにする。同時に点Aを半円AGB上で動かし、ACに沿って直径の動くスピードは半円に沿って動くAのスピードと同じである。そのとき、直径がCDの位置に到達したとき、点Aは位置Dに到達する。点Aは2つの動きによって運ばれる〜その一つは半円AEGB上で、もう一つは線分ACに沿って動く直径上を動く。これらの2つの動きによって点Aの通った道は、サイクロイドの半分A・・・Dであり、この初めのサイクロイドに対して対称に残りのサイクロイドの半分ができる。

ロヴェルバールにしたがってサイクロイドを作図してみよう





下の円を切り取って、上の平面上で、ころがしながら点Aの位置をプロットし、
サイクロイドを作図してみよう



ワークシート

ウォリスの比の近似

ウォリスは、あることを確認するために、以下のような計算を行いました。例えば、n＝1，2，3，4，5，6についてのある比の値を計算すると、

k＝1　のとき

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2}{2+2+2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3}{3+3+3+3}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3+4}{4+4+4+4+4}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3+4+5}{5+5+5+5+5+5}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{0+1+2+3+4+5+6}{6+6+6+6+6+6+6}=\frac{21}{42}=\frac{1}{2}$$

こうして，われわれがどれだけ先に行っても，いつでも$\frac{1}{2}$に等しい比を得る

k＝2　のとき

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{1}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{6}$$

$$\frac{0+1+4}{4+4+4}=\frac{5}{12}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{12}$$

$$\frac{0+1+4+9}{9+9+9+9}=\frac{14}{36}=\frac{7}{18}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{18}$$

$$\frac{0+1+4+9+16}{16+16+16+16+16}$$

$$=\frac{30}{80}=\frac{3}{8}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{24}$$

$$\frac{0+1+4+9+16+25}{25+25+25+25+25+25}$$

$$=\frac{55}{150}=\frac{11}{30}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{30}$$

つまり

$$\frac{0^2+1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2}{n^2+n^2+n^2+n^2+\cdots+n^2}=\frac{1}{\Box}$$

k＝3のとき

$$\frac{0+1}{1+1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{4}$$

$$\frac{0+1+8}{8+8+8}=\frac{9}{24}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{8}$$

$$\frac{0+1+8+27}{27+27+27+24}=\frac{36}{108}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{12}$$

$$\frac{0+1+8+27+64}{64+64+64+64+64}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{16}$$

$$\frac{0+1+8+27+64+125}{125+125+125+125+125+125}=\frac{\quad}{\quad}=\frac{1}{\Box}+\frac{1}{24}$$

法則をみつけましたか？では、k＝tのn番目の計算式は？

k＝4　のとき、n=4までウォリスの方法で近似してみよう

Excelを使ってk＝2，3，4，5，6，7，8，9・・の近似を求めよう

実は、ウォリスは、$y = x^k$ とx軸とx＝1とで囲まれた面積を求めようとしてこの計算をしているのですが、どの図形の面積と比較しようとしていると思いますか？

このようにして、ウォリスはカヴァリエーリの考えを根底にもち、代数の立場で積分の一般的な式を構成した。

以上の結果からどのような予想ができましたか？