

2002年12月6日(金) 研究授業3日目

授業資料

～「矩」って何だろう?～



筑波大学附属中学校3年 組 番

名前

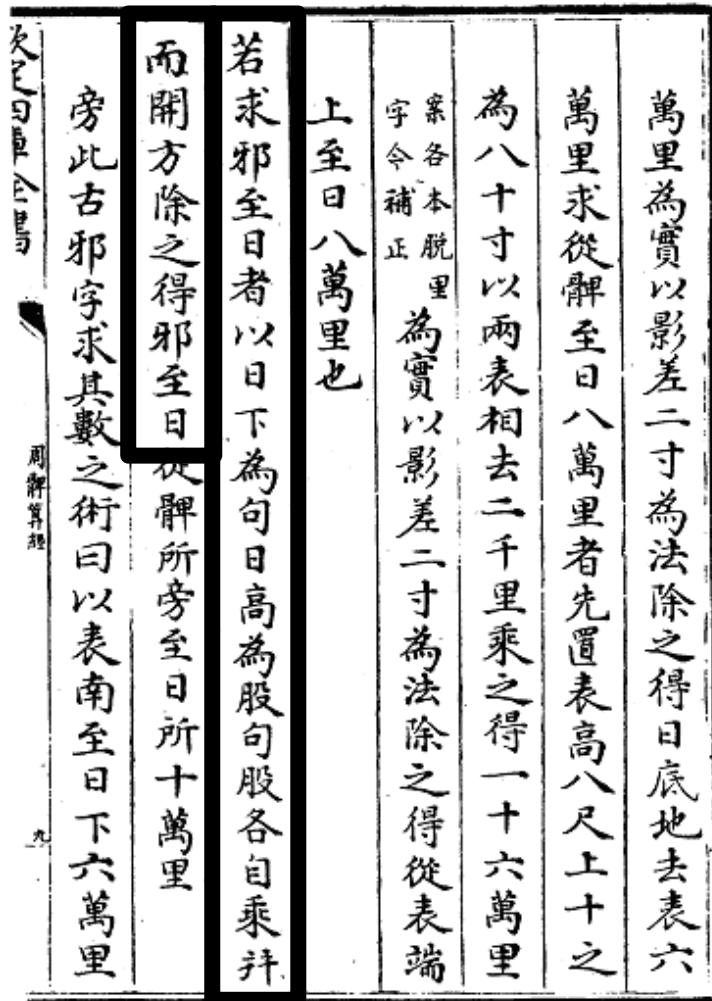
授業者：筑波大学大学院修士課程1年 教育研究科教科教育専攻数学教育コース
山田奈央

1 . 昨日の内容

昨日は中国の約 2000 年前の文献『周髀算経』から、当時の矩の使い方についてみてきました。当時は高さや深さ、2点間の距離を測ったり、あるいは円や正方形を作ったりするのに矩が用いられていました。そこでは、現在の数学の授業でも学んでいる、「三平方の定理」や「相似」が背景にありました。

2. 勾股定理

「三平方の定理」は、中国では「勾股定理」あるいは「勾股の法」と呼ばれています。約2000年前の中国の文献『周髀算経』に、勾股定理についての記述があります。□で囲ってある部分から、原典の表す内容を考えてみましょう。



【出典：四庫全書珍本別輯 184 『周髀算経』 王雲五主編 2巻 p. 9】

注1) 「若^も…_ハ」 もし…であったら。

「邪」 斜め。

「開方_二除_ス」 平方根を求める。

注2) 中国古代においては、常に大地を平面と見なしていました。観測者から太陽までの距離を求めるのに勾股定理を用いていました。

書き下し文

若し日に至るまでの邪を求むるならば、日の下までを^{こう}勾と為し、日の高さを^こ股と為して、勾股の^{おのおの}各の自乗を併せて^{あわ}開方に除すれば、之れ日に至るまでの邪を得る。

【参考：『中国の数学通史』李迪 著、大竹茂雄・陸人瑞 訳 p.41】

これを図で表して考えてみましょう。

3. 当時の勾股定理に対する考え方

当時人は勾股定理をどのように考えていたのでしょうか。『周髀算経』に勾股定理に関する記述があります。日本語訳から、その意味を考えてみましょう。

<p>乘除之原也</p>	<p>故折矩</p>	<p>故者申事之辭也將為句股之率故曰折矩也</p>	<p>以為句廣三</p>	<p>應圓之周 <small>案刻本誤作廣謂之月今據永樂大典本改</small> 橫者謂之廣句亦</p>	<p>廣廣短也</p>	<p>股脩四</p>	<p>應方之市從者謂之脩股亦脩脩長</p>	<p>徑隅五</p>	<p>自然相應之率徑直隅角也亦謂之弦</p>	<p>既方外外半之一矩 <small>案各本作既方之外半其一矩說并不可通注內引矩作既方其外</small></p>	<p><small>准半之說作半其耳據上云折矩以為句廣三股脩四徑隅五謂以十二材之句三股四其注必五此蓋承上</small></p>	<p><small>所折之形全其外各身或古則句實九股實十六弦實二十五合五十年也為一矩於內或股實開其餘得句</small></p>	<p><small>或句實開其餘得股若開北一矩則得弦下云發而共</small></p>	<p><small>益得成三四五是也法實二十五為一矩并句實股實</small></p>	<p><small>案二十五為一矩故下又云兩矩共長二十有五</small></p>	<p><small>謂積矩推究上下文可證其字之字五說今改正</small></p>	<p>句股之法先知二數然後推一見句股然後求弦先</p>
<p>各自乘成其實實成勢化爾乃變通故曰既方其外</p>	<p>或并句股之實以求弦弦實之中 <small>案各本既一乃求</small></p>	<p>句股之分并實不正等更相取與互有所得故曰半</p>	<p>之一矩 <small>案之各本亦</small> 其術句股各自乘三三如九 <small>作其今改正</small></p>	<p>四四一十六并為弦自乘之實二十五減句於弦為</p>	<p>股之實一十六減股於弦為句之實九</p>	<p>環而共益得成三四五</p>	<p>盤諸如盤桓之盤言取其并減之積 <small>案其刻本誤作而今據永樂大典</small></p>	<p>改 環屈而共盤之 <small>案此下刻本折謂字今據永樂大典本刪</small> 開方除之</p>	<p>得其一面 <small>案刻本既得字今據永樂大典本補</small> 故曰得成三四五也</p>	<p>兩矩共長二十有五是謂積矩</p>	<p>兩矩者句股各自乘之實共長者并實之數將以施</p>	<p>於萬事而此陳其率也</p>	<p>故焉之所以治天下者此數之所生也</p>	<p>禹治洪水決瀦江河 <small>案既刻本誤作原今據永樂大典本改</small> 望山川之</p>	<p>形定高下之勢除滔天之災釋昏墊之厄使東注於</p>		

【出典：四庫全書珍本別輯 184 『周髀算経』 王雲五主編 1 卷 p. 3 4】

日本語訳

矩を折って、句（勾）の広さを三に、股の脩[長さ]を四にすると、隅を結んだ徑[弦]は五になる。

[この弦を一辺とする]正方形の外側に、[二辺が 3 と 4 の]矩[長方形]の半分を四つ環^{めぐ}るようにつけると[正方形状の]盤^{めく}ができて、三、四、五の[直角三角形が 4 個]得られる。

この盤の積[$7 \times 7 = 49$]から両矩の積[$3 \times 4 \times 2 = 24$]を引くと、余りは二十五になる。是れを矩を積もるといふ。

【参考：『中国の数学通史』李迪 著、大竹茂雄・陸人瑞 訳 p.20 21】

注)

「折」 おる。まげる。断ち切る。わかる。

「隅」 すみ。かたすみ。はて。はずれ。

図に描いて意味を考えてみましょう。

メモ

4 . 3日目を終えて

Q1 : 勾股定理について感じたことを教えてください。

Q2 : 中国の昔の証明の仕方についてどう思いますか。

Q3 : 本日の授業全体を通しての感想を教えてください。

3日間大変お世話になりました。どうもありがとうございました。