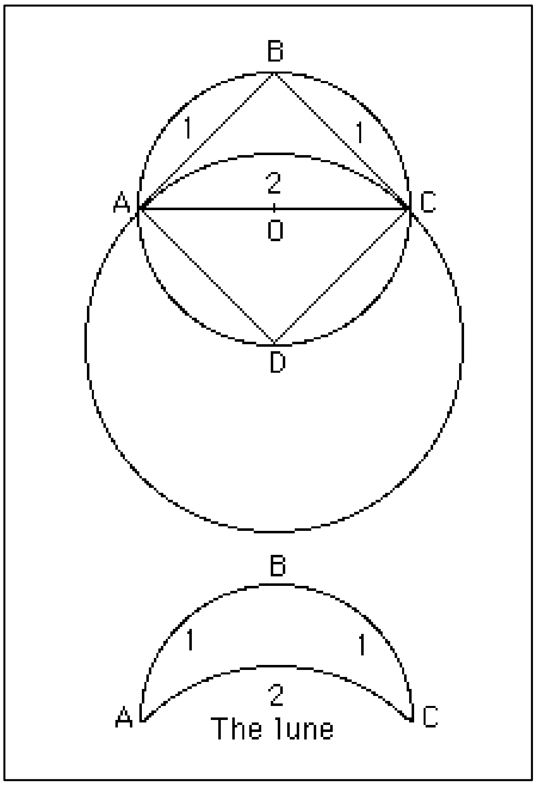
授業資料

第２日目

3 年　組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

等積図形



授業者：福間　政也

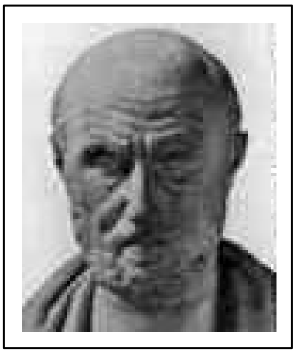
（筑波大学大学院修士課程教育研究科 1 年）

前回の復習
　前回の授業では、古代ギリシアでの数学は図形の作図によってその存在が示されることを学び、直線図形をそれと同じ面積の正方形にかえることができることを証明した。そして、「円をそれと同じ面積の正方形にかえることができるだろうか」というギリシアの三大難問の一つである円積問題に触れた。

【円積問題を解こうとした人々】
・キオスのヒポクラテス　【BC470 頃～BC410 頃】（月形求積法によって）
・ アンティポン【BC480～BC411】　　　　　（円の内外接多角形によって）
・ アルキメデス　【BC287～BC212】　　　　（　　　　〃　　　　）
・エリスのヒッピアス　【BC460 頃～BC410 頃】　　（円積線によって）
など、ほかにも多くの人々がこの問題に挑んでいる。

　ここでは、月形求積法を使って円積問題を解こうとしたキオスのヒポクラテスについて考えていこう。

ヒポクラテスって誰？



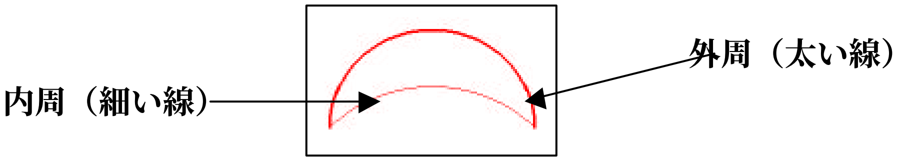
【人物紹介】
　キオスのヒポクラテスは、海賊船に遭遇し、全財産を失った商人であった。彼は、海賊に罪を問うためにアテナイに来て、そして、起訴をするためにアテナイに紀元前４５０年から４３０年までのかなりの期間滞在した。そのときに哲学者と一緒に円の平方化を果たそうとした幾何学において、このような熟達に達した。彼は、これを見つけなかったが、彼は誤って円も平方化できるというものから考え出した月形を平方化したのであった。なぜなら、彼は月形の求積から円の求積もまた計算できると考え出したからである。

なぜ、月形の面積を直線図形に表そうとしたのだろう？

円積問題を解こうとして、円のままでは無理だと感じたので、円の一部である月形をその面積と等しい直線図形に変えて、月形を円に近づけようと考えたからである。

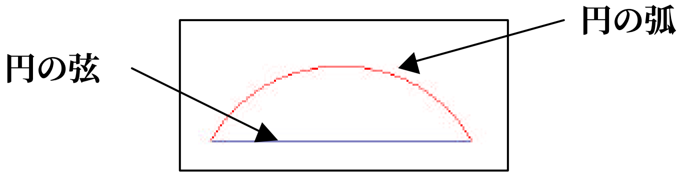
【月形求積法を考える前に！】

・月形とは、半径の違う円の一部と円の一部を組み合わせて作られる図形のこと。



◎このような図形の形をしたものを月形と呼ぶ。

・　弓形とは、円を一つの弦で切り離して作られる図形のこと。



◎このような図形の形をしたものを弓形と呼ぶ。

・扇形の相似の定義

○円の中心角の等しい扇形は、相似である。

月形求積法を考えるときに重要な命題

（ユークリッド原論第１２巻命題２）
・円の比はそれらの直径の平方の比に等しい。・・・・・・・・(＊)

これから

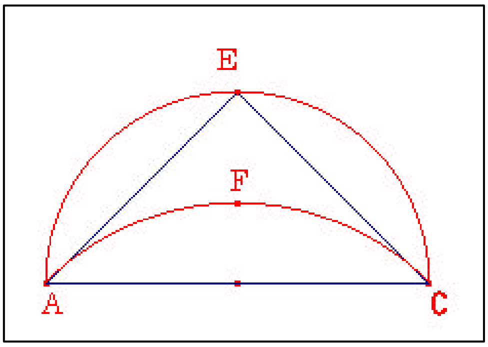
・相似な円の弓形の比はそれらの底辺の平方の比に等しい。・・・(＊＊)

ヒポクラテスの〈第１の〉月形求積法

右の図で、月形ＡＥＣＦと面積が等しい図形はどれでしょう。

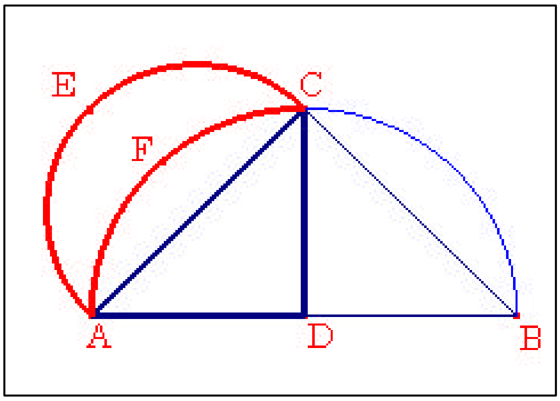
次のページをみながら考えてみよう。

また、なぜ面積が等しいのでしょう。



MEMO

【月形求積法】



作図方法

- ⊿ＡＤＣは直角二等辺三角形
- 弧ＡＦＣは半径ＡＤの円の一部
- 弓形ＡＥＣは、直径ＡＣの円の半分

証明

AC；円に内接する正方形の１辺、AB；対角線、AEC；C 上に AC を直径としてかかれた半円である。

$$AB^2 = 2AC^2$$

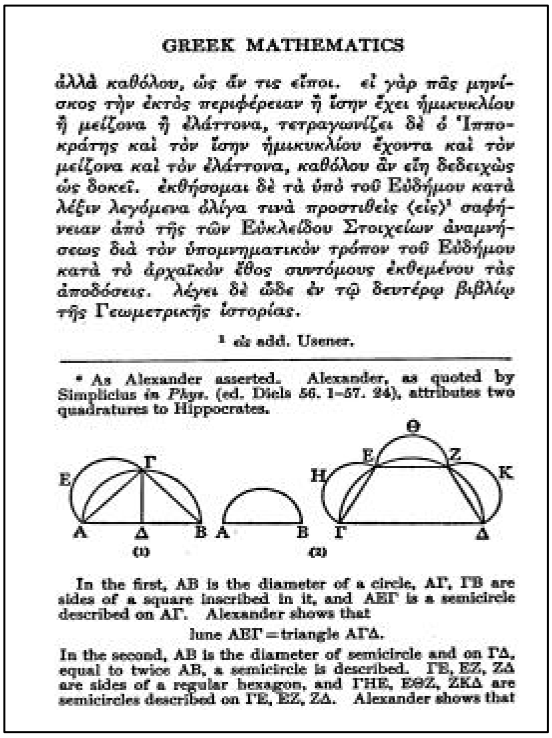
また、円の比は、その直径の平方の比に等しいので、

（半円 ACB）＝２（半円 AEC）

よって、（四分円 AFCD）＝（半円 AEC）

共通である弓形を引けば、

（月形 AECF）＝（三角形 ADC）



GREEK MATHEMATICS

ἀλλὰ καθόλου, ὡς ἄν τις εἴποι. εἰ γὰρ πᾶς μηνίσκος τὴν ἐκτὸς περιφέρειαν ἢ ἴσην ἔχει ἡμικυκλίου ἢ μείζονα ἢ ἐλάττονα, τετραγωνίζει δὲ ὁ Ἱπποκράτης καὶ τὸν ἴσην ἡμικυκλίου ἔχοντα καὶ τὸν μείζονα καὶ τὸν ἐλάττονα, καθόλου ἂν εἴη δεδειχὼς ὡς δοκεῖ. ἐκθήσομαι δὲ τὰ ὑπὸ τοῦ Εὐδήμου κατὰ λέξιν λεγόμενα ὀλίγα τινὰ προστιθεὶς ⟨εἰς⟩[1] σαφήνειαν ἀπὸ τῆς τῶν Εὐκλείδου Στοιχείων ἀναμνήσεως διὰ τὸν ὑπομνηματικὸν τρόπον τοῦ Εὐδήμου κατὰ τὸ ἀρχαϊκὸν ἔθος συντόμους ἐκθεμένου τὰς ἀποδόσεις. λέγει δὲ ὧδε ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ τῆς Γεωμετρικῆς ἱστορίας.

[1] εἰς add. Usener.

[a] As Alexander asserted. Alexander, as quoted by Simplicius *in Phys.* (ed. Diels 56. 1–57. 24), attributes two quadratures to Hippocrates.

In the first, AB is the diameter of a circle, ΑΓ, ΓΒ are sides of a square inscribed in it, and ΑΕΓ is a semicircle described on ΑΓ. Alexander shows that

lune ΑΕΓ = triangle ΑΓΔ.

In the second, AB is the diameter of semicircle and on ΓΔ, equal to twice AB, a semicircle is described. ΓΕ, ΕΖ, ΖΔ are sides of a regular hexagon, and ΓΗΕ, ΕΘΖ, ΖΚΔ are semicircles described on ΓΕ, ΕΖ, ΖΔ. Alexander shows that

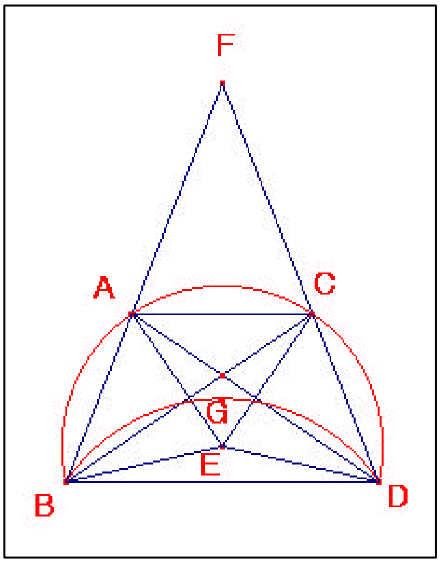
【参考】

これは、ギリシア語で書かれたものである。

下の図は、「ヒポクラテスはまず、円に内接する〈正方形〉の辺上に外側にむかってかかれた半円によって、円の外側にできる月形を平方化した。つぎに、円に内接する正六角形の辺上に画かれた半円によって、円の外側に同様にしてできる月形を平方化したと想定された。」ことを表している。

これは、外周が半円より大きい月形の場合である。

【第２の月形求積法】



右の図は、外周が半円より大きな月形の求積法である。

【作図方法】
- ・ABCD；台形
- ・BA＝AC＝CD
- ・$BD^2=3BA^2$
- ・ABCD のまわりに円をかき、BA、AC、CD によって切り取られる弓形の一つと相似な弓形を BD 上にかく。
- ・E は、弓形 BACD の円の中心

月形ＢＡＣＤとどこが等しいか分かるかな？

月形 **BACD**＝ $\boxed{}$

では、まず、弓形 BACD が、半円より大きいことを示している。
そして、そのあとで、月形と台形 ABCD の面積が等しいことを示している。

（証明）

初めに、弓形 BACD が半円より大きいことを証明する。

角 BAC は直角より大きい　。なぜならば、BD＞AC であるから、直線 BA、DC はその延長で交わり二等辺三角形を作り、したがって角 FAC は直角より小さい　から、角 BAC は直角より　大きくなる。

したがって、　$BC^2>BA^2+AC^2$

したがって、$BC^2+CD^2>BA^2+AC^2+CD^2$または、BD^2

ゆえに、角 BCD は直角より　小さく、弓形 BACD は半円より大きい。

（求積法）

$BD^2=3BA^2$であるから、

（＊＊）より

（BD 上の弓形）＝３（BA 上の弓形）

＝(BA、AC、CD 上の弓形の和)

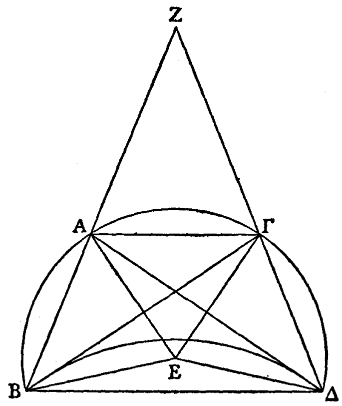
この両辺に、直線 BA、AC、CD と BD 上の弓形の周囲との間の面積を加えると、

$\boxed{}$ ＝（月形）となる。

【原典】

οὖν ἡμικυκλίου τὴν ἔξω τοῦ μηνίσκου περιφέρειαν ὑποθέμενος ἐτετραγώνισεν ὁ Ἱπποκράτης τὸν μηνίσκον εὐκόλως.

" Εἶτα ἐφεξῆς μείζονα ἡμικυκλίου ὑποτίθεται συστησάμενος τραπέζιον τὰς μὲν τρεῖς ἔχον πλευρὰς

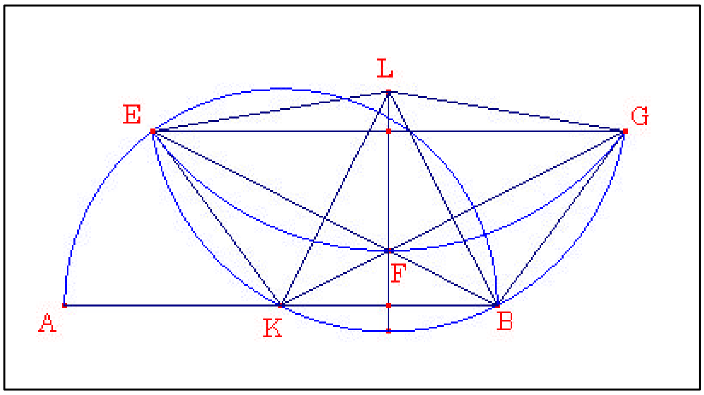


ἴσας ἀλλήλαις, τὴν δὲ μίαν τὴν μείζω τῶν παραλλήλων τριπλασίαν ἐκείνων ἑκάστης δυνάμει, καὶ τό τε τραπέζιον περιλαβὼν κύκλῳ καὶ περὶ τὴν μεγίστην αὐτοῦ πλευρὰν ὅμοιον τμῆμα περιγράψας τοῖς ὑπὸ τῶν ἴσων τριῶν ἀποτεμνομένοις ἀπὸ τοῦ κύκλου. ὅτι δὲ μεῖζόν ἐστιν ἡμικυκλίου τὸ λεχθὲν τμῆμα, δῆλον ἀχθείσης ἐν τῷ τραπεζίῳ διαμέτρου. ἀνάγκη γὰρ ταύτην ὑπὸ δύο πλευρὰς ὑποτείνουσαν τοῦ τραπεζίου τῆς ὑπολοίπου μιᾶς μείζονα ἢ δι-

これが原典にかかれている図形です。

今度は、外周が半円より小さいものを考えていこう！

【第３の月形求積法】



作図条件

- $BK^2 = 1\frac{1}{2} EF^2$
- **台形 EKBG は等脚台形**
- EK=KB=BG
- **L は、弓形 EKBG の円の中心**
- **EF の弓形と EK の弓形は相似**

（月形ＥＫＢＧＦＥ）＝（三角形ＢＦＧ，ＢＦＫ，ＫＦＥの和）

右の原典を見ながら、下の□を埋めて証明を完成させてみよう！

月形 EKBGFE は、三角形 BFG、BFK、KFE の和に等しい。

証明

$$EF^2 = \frac{3}{2} BK^2$$

$$= \frac{3}{2} \boxed{\quad\quad}$$

したがって、（＊＊）より　　（EF 上の弓形）$= \frac{3}{2}$（EK 上の弓形）

すなわち、　　**2**（EF 上の弓形）＝**3**（EK 上の弓形）

（EF,FG 上の弓形の和）＝ $\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$・・(☆)

よって、（月形）＝（EK、KB、BG 上の弓形の和）＋（台形 EKBG）－$\boxed{\quad\quad\quad\quad}$

ところで、　（弓形 EFG）＝（三角形 EFG）＋ $\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$

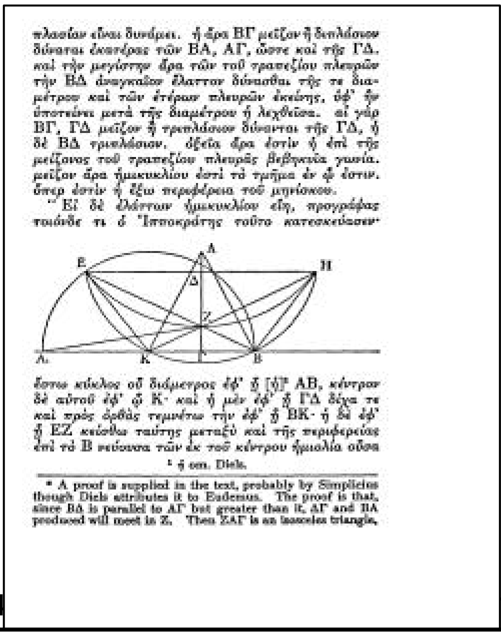
（☆）より　（ 弓形 EFG）＝（三角形 EFG）＋（EK、KB、BG 上の弓形の和）

これを上の式の代入してみると、

（月形）＝（台形 EKBG）－（三角形 EFG）

$= \boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$

【原典】



πλασίαν εἶναι δυνάμει. ἡ ἄρα ΒΓ μεῖζον ἢ διπλάσιον δύναται ἑκατέρας τῶν ΒΑ, ΑΓ, ὥστε καὶ τῆς ΓΔ. καὶ τὴν μεγίστην ἄρα τῶν τοῦ τραπεζίου πλευρῶν τὴν ΒΔ ἀναγκαῖον ἔλαττον δύνασθαι τῆς τε διαμέτρου καὶ τῶν ἑτέρων πλευρῶν ἐκείνης, ὑφ᾽ ἣν ὑποτείνει μετὰ τῆς διαμέτρου ἡ λεχθεῖσα. αἱ γὰρ ΒΓ, ΓΔ μεῖζον ἢ τριπλάσιον δύνανται τῆς ΓΔ, ἡ δὲ ΒΔ τριπλάσιον. ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ἐπὶ τῆς μείζονος τοῦ τραπεζίου πλευρᾶς βεβηκυῖα γωνία. μεῖζον ἄρα ἡμικυκλίου ἐστὶ τὸ τμῆμα ἐν ᾧ ἐστιν. ὅπερ ἐστὶν ἡ ἔξω περιφέρεια τοῦ μηνίσκου.

"Εἰ δὲ ἔλαττον ἡμικυκλίου εἴη, προγράψας τοιόνδε τι ὁ Ἱπποκράτης τοῦτο κατεσκεύασεν·

ἔστω κύκλος οὗ διάμετρος ἐφ᾽ ᾗ [ἡ][1] ΑΒ, κέντρον δὲ αὐτοῦ ἐφ᾽ ᾧ Κ· καὶ ἡ μὲν ἐφ᾽ ᾗ ΓΔ δίχα τε καὶ πρὸς ὀρθὰς τεμνέτω τὴν ἐφ᾽ ᾗ ΒΚ· ἡ δὲ ἐφ᾽ ᾗ ΕΖ κείσθω ταύτης μεταξὺ καὶ τῆς περιφερείας ἐπὶ τὸ Β νεύουσα τῶν ἐκ τοῦ κέντρου ἡμιολία οὖσα

[1] ἡ om. Diels.

[a] A proof is supplied in the text, probably by Simplicius though Diels attributes it to Eudemus. The proof is that, since ΒΔ is parallel to ΑΓ but greater than it, ΑΓ and ΒΑ produced will meet in Ζ. Then ΖΑΓ is an isosceles triangle,

τοῦ εὐθυγράμμου τμήμασιν ἀφαιρουμένοις ὑπὸ τῶν ΕΚ, ΚΒ, ΒΗ. ἑκάτερον γὰρ τῶν ἐντὸς ἡμιόλιόν ἐστιν ἑκάστου τῶν ἐκτός. ἡμιολία γάρ[1] ὑπόκειται ἡ ΕΖ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου, τουτέστι τῆς ΕΚ καὶ ΚΒ καὶ ΒΗ. εἰ οὖν ὁ μὲν μηνίσκος τὰ τρία τμήματά ἐστι καὶ τοῦ εὐθυγράμμου τὸ παρὰ τὰ δύο τμήματα, τὸ δὲ εὐθύγραμμον μετὰ τῶν δύο τμημάτων ἐστὶ χωρὶς τῶν τριῶν, ἔστι δὲ τὰ δύο τμήματα τοῖς τρισὶν ἴσα, ἴσος ἂν εἴη ὁ μηνίσκος τῷ εὐθυγράμμῳ.

"Ὅτι δὲ οὗτος ὁ μηνίσκος ἐλάττονα ἡμικυκλίου τὴν ἐκτὸς ἔχει περιφέρειαν, δείκνυσι διὰ τοῦ τὴν ΕΚΗ γωνίαν ἐν τῷ ἐκτὸς οὖσαν τμήματι ἀμβλεῖαν εἶναι. ὅτι δὲ ἀμβλεῖά ἐστιν ἡ ὑπὸ ΕΚΗ γωνία, δείκνυσιν οὕτως· ἐπεὶ[2] ἡ μὲν ἐφ᾽ ᾗ ΕΖ ἡμιολία ἐστὶ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει, ἡ δὲ ἐφ᾽ ᾗ ΚΒ μείζων τῆς ἐφ᾽ ᾗ ΒΖ ἢ διπλασία δυνάμει, φανερὸν ὅτι καὶ ἡ ἐφ᾽ ᾗ ΚΕ ἔσται τῆς ἐφ᾽ ᾗ ΚΖ ἄρα μείζων ἢ διπλασία δυνάμει. ἡ δὲ ἐφ᾽ ᾗ ΕΖ μείζων ἐστὶ δυνάμει τῶν ἐφ᾽ αἷς ΕΚ, ΚΖ. ἀμβλεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ πρὸς τῷ Κ γωνία, ἔλαττον ἄρα ἡμικυκλίου τὸ τμῆμα ἐν ᾧ ἐστιν.

"Οὕτως μὲν οὖν ὁ Ἱπποκράτης πάντα μηνίσκον ἐτετραγώνισεν, εἴπερ καὶ τὸν ἡμικυκλίου καὶ τὸν

[1] δυνάμει must be understood after ἡμιολία γάρ, as Bretschneider first pointed out, but Diels and Rudio think that Simplicius probably omitted it as obvious, here and in his own comments.

[2] ἐπεὶ . . . ἐστιν. Eudemus purports to give the proof in Hippocrates' own words. Unfortunately Simplicius's version is too confused to be worth reproducing. The proof is here given as reconstructed by Rudio. That it is substantially the proof given by Hippocrates is clear.

第4 … **で、**

外周が EKBG である月形は、三角形 BFG、BF … **く**
なるだろう。なぜなら、直線 EZ、ZH によって、月形の中にある直線図形から切り離された弓形は EK、KB、BH によって切り離される。直線図形の外側にある弓形と等しい。なぜなら、内側の弓形それぞれが外側のものの $\frac{3}{2}$ 倍であるからである。ヒポクラテスによって EF の平方が半径の平方つまり EK または BK または BG の平方の $\frac{3}{2}$ 倍にされているからである。ゆえに、月形は 3 つの弓形((EK,KB,BG 上の弓形)と直線図形（台形 EKBG）から弓形 EFG をのぞいたものからつくられる。弓形 EFG は、三角形 EFG と 2 つの弓形（EF、FG 上の弓形の和）から作られる。そして、2 つの弓形の和が 3 つの弓形と等しくなり、月形は直線図形と等しくなることが示せる。

この月形は半円より小さい円周を持つ、彼は外側の弓形の中にある∠EKH が鈍角であることで証明する。そして、∠EKH が鈍角によって、彼はこのような証明をする。

だから、　$EZ^2 = 3/2EK^2$

そして、　$KB^2 > 2BZ^2$

$EK^2 > 2KZ^2$**は明白である。**

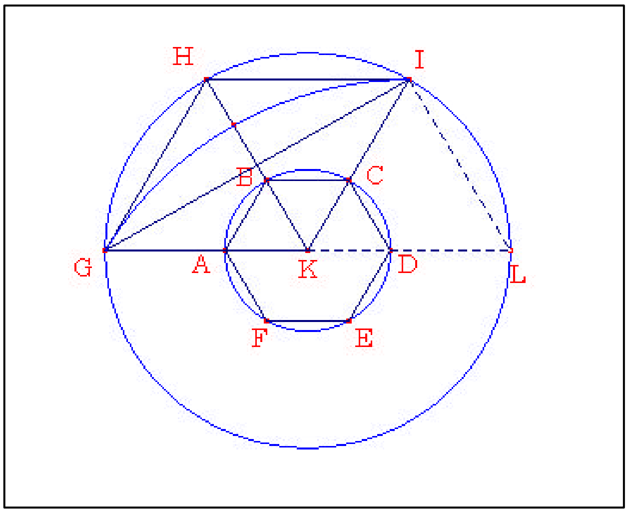
ゆえに、　$EZ^2 > EK^2 + KZ^2$

∠K は、ゆえに鈍角である。よって、その弓形は半円より小さい。

このように、ヒポクラテスは、すべての月形を平方化した。半円の外周をもう月形だけでなく、半円より大きいものや半円より小さいものまでも平方化していることがわかる。

訳：授業者

【第４の月形求積法】



【作図方法】

中心 K を共有する２つの円があって、その外円の直径の平方が内円の直径の平方の６倍であるように作図する。

ABCDEF は内円に内接する正六角形とする。GH、HI は外円に内接する正六角形に１辺である。

（月形 GHI）＋（内円）＝（三角形 GHI）＋（六角形 ABCDEF）

右には原典の証明の日本語訳があります。それを現代表記しました。
どちらが分かりやすいかな？

【証明】

$GI^2 = 3GH^2$

（∠GIL＝９０°、IL：GL：GI＝１：２：$\sqrt{3}$、GH=HI=IL）

$GI^2 + IL^2 = 4GK^2 = 4GH^2$

IL=GH より

$GI^2 = 3GH^2$

仮定より

$GH^2 = 6AB^2$

したがって

（GI 上の弓形）＝３（GH 上の弓形）

＝２（GH 上の弓形）＋６（AB 上の弓形）

＝（GH、HI 上の弓形）＋（内円のすべての弓形）

両辺に GH、HI と弧 GI との間の面積を加えると

（⊿GHI）=(月形 GHI)＋（内円のすべての弓形）

両辺に六角形 ABCDEF を加えると

（月形 GHI）＋（内円）＝（三角形 GHI）＋（六角形 ABCDEF）

ここで、月形と円の和の求積をすることができた。

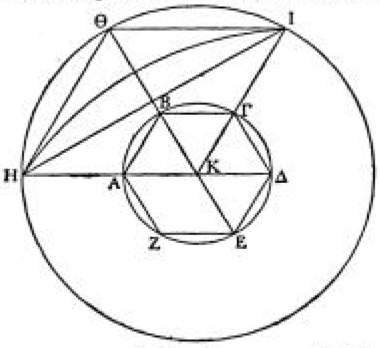
μείζονα ἡμικυκλίου καὶ τὸν ἐλάττονα ἔχοντα τὴν ἐκτὸς περιφέρειαν.

" 'Αλλὰ μηνίσκον ἅμα καὶ κύκλον ἐτετραγώνισεν οὕτως· ἔστωσαν περὶ κέντρον ἐφ' οὗ K δύο κύκλοι, ἡ δὲ τοῦ ἐκτὸς διάμετρος ἑξαπλασία δυνάμει τῆς τοῦ ἐντὸς καὶ ἑξαγώνου ἐγγραφέντος εἰς τὸν ἐντὸς κύκλον τοῦ ἐφ' οὗ ΑΒΓΔΕΖ αἵ τε ἐφ' ὧν ΚΑ, ΚΒ, ΚΓ ἐκ τοῦ κέντρου ἐπιζευχθεῖσαι ἐκβεβλήσθωσαν ἕως τῆς τοῦ ἐκτὸς κύκλου περιφερείας καὶ αἱ ἐφ' ὧν ΗΘ, ΘΙ, ⟨ΗΙ⟩[1] ἐπεζεύχθωσαν καὶ δῆλον ὅτι καὶ αἱ ΗΘ, ΘΙ ἑξαγώνου εἰσὶ πλευραὶ τοῦ εἰς τὸν μείζονα κύκλον ἐγγραφομένου. καὶ περὶ τὴν ἐφ' ᾗ ΗΙ τμῆμα ὅμοιον τῷ ἀφαιρουμένῳ ὑπὸ τῆς ἐφ' ᾗ ΗΘ περιγεγράφθω. ἐπεὶ οὖν τὴν μὲν ἐφ' ᾗ ΗΙ τριπλασίαν ἀνάγκη εἶναι δυνάμει τῆς ἐφ' ᾗ ΘΗ τοῦ ἑξαγώνου πλευρᾶς (ἡ γὰρ ὑπὸ δύο τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰς ὑποτείνουσα μετὰ ἄλλης μιᾶς ὀρθὴν περι-

[1] ΗΙ add. Usener.

the outer circumference is greater, and that in which it is less, than a semicircle.

" But he also squared a lune and a circle together in the following manner. Let there be two circles



with K as centre, such that the square on the diameter of the outer is six times the square on the diameter of the inner. Let a [regular] hexagon ΑΒΓΔΕΖ be inscribed in the inner circle, and let KA, KB, KΓ be joined from the centre and produced as far as the circumference of the outer circle, and let HΘ, ΘI, HI be joined. Then it is clear that HΘ, ΘI are sides of a [regular] hexagon inscribed in the outer circle. About HI let a segment be circumscribed similar to the segment cut off by HΘ. Since then $HI^2 = 3\Theta H^2$ (for the square on the line subtended by two sides of the hexagon, together with the square on one other

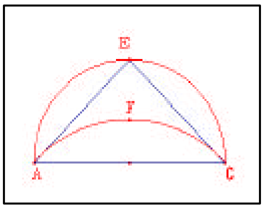
日本語訳

しかし、彼はまた、次の方法で月形と円を一緒に平方化した。ここに、中心を K として外円の直径の平方が内円の直径の平方の 6 倍であるような（正）六角形ＡＢΓ⊿EZ を内円に内接させ、そして、KA、KB、KΓを中心からつなぎ、そして、外円の円周まで延ばす。そして、HΘ、ΘI、HI をつなぎなさい。だから、HΘ、ΘI が外円に内接している正六角形の辺であることは明白である。HI について弓形を HΘ によって切り離される外接される相似な弓形とする。だから、HI^2＝３ΘH^2（なぜなら、それらは半円において直角を作るので六角形の 2 つの辺に対する線の平方、もう一つの辺の平方とともに、直径の平方と等しい。そして、直径の平方は六角形の辺の 4 倍で、長さにおいて、2 倍の辺である直径そして、平方において 4 倍の大きさである。）そして、ΘH^2=6AB^2、HI で内接された弓形は、HΘ、ΘI によって外円から切り離された弓形に六角形のすべての辺によって内円から切り離される弓形とともに等しい。なぜなら、HI^2＝３$H\Theta^2$、そして、ΘI^2＝$H\Theta^2$ 一方 ΘI^2とHΘ^2 は内六角形の六個の辺の平方の和と等しい。だから、ヒポクラテスによって、外円の直径が内円の直径の 6 倍であるようにされている。ゆえに、月形ＨΘＩは、六角形の辺によって内円からはなれる弓形より、三角形ＨΘＩより小さい。なぜなら、ＨＩの弓形はＨΘ、ΘＩの弓形と六角形によってはなされる弓形の和と等しい。ゆえに、ＨΘ、ΘＩの弓形は、六角形によって離される弓形によって、ＨＩの弓形より小さい。もし、そこに両方の辺がＨＩの弓形上の三角形の部分に付け加えられるならこの外側のものと、ＨＩの弓形が三角形を作る。一方、後者の外側のものと、ＨΘ、ΘＩの弓形が月形を作っている。ゆえに、月形は、六角形よって離される弓形より三角形のほうが小さい。なぜなら、月形と六角形によって離される弓形は三角形に等しい六角形が両辺に付け加えられるとき、三角形と六角形は、内円と前述の月形に等しくなるであろう。もし、そのとき、前述の直線図形が平方化されることができるなら、月形と伴った円もまた、平方化されることができる。

訳：授業者

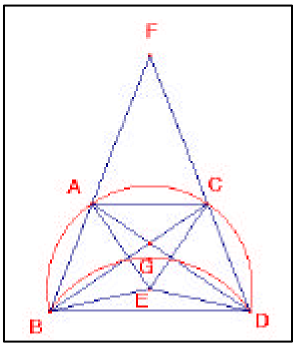
【まとめ】

○【第一の求積法】では、外周が半円の求積法を考えた。
ここでは、
（月形ＡＥＣＦ）＝（三角形ＡＢＣ）



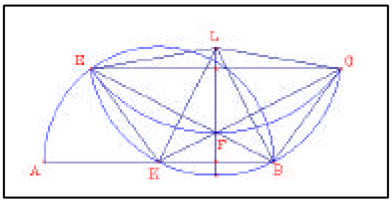
外周が半円の場合の月形とその面積の等しい直線図形が作れた。

○【第２の求積法】、【第３の求積法】では、外周が半円より大きい場合と小さい場合を考えた。
【第 2 の求積法】では、
（月形ＢＡＣＤ）＝（台形ＡＢＤＣ）



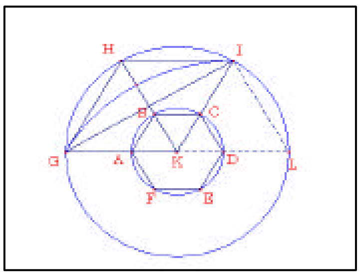
【第 3 の求積法】では、
（月形ＥＫＢＧＦＥ）＝
（三角形ＢＦＧ、ＢＦＫ、ＫＦＥの和）

外周が半円より大きい場合と小さい場合の月形とその面積に等しい直線図形が作れた。



これらの３つの求積法で、ヒポクラテスは、「すべての月形が直線図形に平方化（面積が等しい正方形に作図できる。）した」と言っている。
はたして、本当にすべての月形が平方化できるのだろうか？

○【第４の求積法】では、月形と円の面積の和について考えた。
ここでは、
（月形ＧＨＩ）＋（内円）
＝（三角形ＧＨＩ）＋（六角形ＡＢＣＤＥＦ）



今日はヒポクラテスの４つの月形求積法を考えてきた。では、この月形求積法で、円積問題は解けるだろうか？それとも解けないだろうか？できると思うならその解法を、できないと思うならその理由を考えてみよう。

明日みんなの意見を聞くので、ワークシートに自分の考えを書いてみよう。

次回の予告

今日考えた「月形求積法で円積問題は解けるのだろうか」という疑問に対する皆さんの考えを聞き、その考えを検討してみたい。

その後に、レオナルド・ダ・ヴィンチによる等積図形と円積問題の解法を考えていきたい。

円積問題ってどんなものだった？どうやって解けばいいのだろう？

MEMO