出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（10）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.81-92、2003年3月

数学史を用いた数学的活動に関する実践研究

―ギリシア数学の等積変形を題材にして―

筑波大学大学院修士課程教育研究科

福間政也

章構成

1．はじめに
2．研究目的・研究方法
3．等積変形の教材化
4．等積変形の授業概要
5．議論
6．おわりに

要約

本研究は、ギリシア数学の等積変形を題材として用いて、数学的な考え方を活かし、自ら工夫して問題を解決したり、判断したりすることを目的として授業を行った。この中で、数学史を用いた数学的活動を通して自ら学び、自ら考える態度を育成することができるかどうか、また人間の営みとして数学を理解し、発展的に捉えることができるかどうかを課題とし、活動を通して生徒が主体的に学び、考えることができるかを考察した。その結果、生徒は自ら進んで考える力を養うことが伺え、数学史を用いた授業の有用性を見ることができた。

キーワード：　数学史　等積変形　数学的活動　問題解決

1．はじめに

平成８年７月の中央教育審議会第一次答申において、「数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさ、数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。」という学習指導要領の数学科の目標として掲げられている。

このように学習指導要領は目標を掲げているが、現在の数学教育において、生徒が考える場面が少なく、生徒は教師の話を聞き問題を解くだけという授業が多くされている。このことに関して、生徒は数学とは、問題の解き方を暗記して問題を解くという教科にしか思っていないのが現実である。そこで、数学教育において自ら学び、自ら考える力は生徒の力を伸ばすためには必要不可欠なもので、このような自ら学び、自ら考える力は、数学的活動を通して求める授業が有効ではないかと考える。なぜなら、主体的な態度の育成には、自ら問題を解く道筋を考え、また問題を解き終わったときその答えが本当に正しいのかを自ら振り返って考え、練り直すことをするようになれば、色々な場面においても主体的に考えることができると考えるからである。

ここで、本研究は、数学史を取扱い、数学的活動を通して数学教育に求められているものを追及しようと考える。授業で数学史を扱う意義として、礒田（1987）は、「こ

れは「どうしてこういうことを考えたのか？」というように、子ども自身が疑問符による活動を通じて数学の形成過程を追体験することを指す。このような活動は、数学史に対する真の理解をもたらすとともに、創造的な活動としての数学に対する理解、数学的な思考方法の理解を深めるものとして意義がある」、また、Maria(2002) は「数学史は学習者に動機を与え、興味を引き起こさせたり、興味を引くためにそれらの内容と潜在能力の両方に関して大変価値がある適切な質問、問題、説明の巨大な宝庫を提供する。」と考えられている。このように、数学史を授業に取り入れることは、生徒にとっても自ら考えやすく、また教科書を用いた授業とは異なり、楽しく数学を学ぶ態度を育てることになる。そして、自ら学び、自ら考える力を育成することができるのではないだろうか。数学史を扱った先行研究として、沖田（1996）と恩田（1999）が挙げられる。沖田は、研究の意図として、子どもの数学に対する見方の変容を挙げ、恩田は「数学基礎」の立場や数学史は数学自身の理解を深めるような議論を促すことに役立ち、「数学基礎」においての活動になりうることを掲げて書かれている。

そこで、本研究において、数学的活動の授業を通して、生徒が、自ら学び、自ら考える力の育成を試み、また、問題を自ら求め、自ら解決する問題解決能力の育成を試みていきたい。そして、数学的な考えを活かし自分から工夫して問題を解決したり、判断することができるようになることを目的として行った。

２．研究目的

研究目的：教材としてギリシア数学の等積変形を用いて、数学的な考え方を活かし自ら工夫して問題を解決したり判断したりすることができる。

研究課題:本研究は上記の目標を達成するために以下の課題を設定する。

課題１： 生徒は、数学史を用いた数学的活動を通して自ら学び、自ら考える態度が育成できるか。

課題２： 生徒は、人間の営みとしての数学を理解し、それにより考えられてきたことが認識できるか。そして数学を発展的にとらえることができるか。

研究方法

本研究は、この目的、課題に対し、授業事前に数学に関する意識を問うアンケートを、また授業事後においての数学に対する変容を問うアンケートを実施した。そのアンケートや授業を撮影したビデオをもとに考察する。

３．等積図形の教材化

原典として、Greek Mathematical Works Ⅰ（pp.234～253）を用いた。ここでは、ギリシア数学の等積変形を取り上げ、そして初めて曲線図形の等積変形を行ったヒポクラテスを中心とした授業を進めていった。ヒポクラテスは、月形求積法を用いて円積問題を解こうと試みている。ここで、ヒポクラテスは、「月形のうち、外周が半円の弧であるもの、外周が半円より大きいもの、外周が半円より小さいものを平方化した限りでは、ことごとくの月形を平方化した。」と述べている。このことによって、第４の求積法において、円と月形の和が直線図形の和と等しいことを示した。このことにおい

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（10）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.81-92、2003年3月

て、ヒポクラテスはことごとく月形を平方化したと述べているので、円を平方化することができるのではないだろうかと見通しを立てている。

等積変形は、古代エジプト時代においてナイル川の氾濫の際に自分の面積が分からなくなったときに用いられたものが、初めとされておりギリシア数学においてそれを体系化したものである。そして、ギリシア時代においてどんな多角形である直線図形も正方形に等積変形しようとすることが行われた。このことは、ユークリッド原論第1巻命題45に集約されている。この授業において、ギリシア数学を用いたが、ギリシア数学を学ぶ際にはユークリッド原論を学ぶことを欠かすことができない。よって、今回の授業においてまずユークリッド原論の理解から導入していった。

等積変形は、色々な場面に登場する教材である。たとえば、中学校2学年に行う三角形と四角形の単元において、平行線の間にある三角形は、形を変えても同じ面積になることを扱っているし、中学入試の問題においても良く扱われている。中学校2学年の教材においては、平行線間の距離が一定であることを用いて考えるものであるが、この場面においてなぜこのようなことを考えたのだろうとか、これはいつごろ誰が考えたのだろうとかいう疑問が生徒に起こってこないという問題点がある。また、中学入試の問題であるが、これは受験数学として生徒には捉えられている。ここでは、生徒は問題のとき方さえ覚えておけばよいという考えを持ち、数学の面白さや、数学に対する疑問を持たないという問題点がある。そこで、本研究は数学史を用いこれらの問題点について考察していく。この数学史を用いることに対して、根本（1991）は「教師が作った問題に答えを出すためだけにやらせられる学習とは違って、自分で興味を持ったことについて自分なりに取り組み、自ら進んで調べ考えを深めていく有効な道具となりうる。すなわち、疑問を思うことを自分なりに解き明かしていくという実感が得られる活動ができる。」このように、数学史を用いることは、上の2つの問題点を改善し、より生徒が自ら考え出す場を作っていることになる。そして、生徒は興味を持ち、数学を学ぶことの楽しさを見出すのではないだろうか。

本研究において、作図をする際に紐を用いたが、この紐を用いることは古代インド数学において重要な道具として用いられている。これは、シュルバスートラ（祭壇や祭火壇作りの方法）おいて、ロープが扱われている。ここにおいて、ロープは、コンパスとして扱われたり、ある一定の長さの基準として使われているのである。このことにおいて、本研究の授業において、作図をする際に、紐を取り扱った。これは、生徒が現代とは異なる数学を感じとり、身の回りにあるものを使った数学をするために取り扱ったのである。そして、数学と社会生活との結びつきを考え、数学的活動の楽しさや、数学的な見方や考え方のよさを知り、それを自ら進んで活用する態度を育てることができるのではないだろうか。

本研究の先行研究として、根本（1991）は、ヒポクラテスを、Maria(2002)は、レオナルド・ダ・ヴィンチの等積変形を使った授業を行っている。本研究において、この2人の等積変形の比較をし、その中で数学的活動の授業を通して、生徒が、自ら学び、自ら考える力の育成を試み、また、問題を自ら求め、自ら解決する問題解決能力の育成を試みていきたい。そして、数学的な考えを活かし自分から工夫して問題を解決し

たり、判断することができるようになることを目的として行った。

４．等積図形の授業概要

３－（１）指導目標

①生徒が、等積図形を通してギリシア数学に触れることによって、数学への興味、関心を持てるようにする。

②生徒が、作図での証明を理解して、数学的な考え方が使えるようになる。

③生徒が、今までやってきた図形の証明を活用しそれを必要に応じて使えるようになる。

④生徒が、基本的な性質や定理の意味を理解する。

３－（２）授業環境

（ア）　対象：中学校３年生　１クラス（４５名）
高校の数学Ｉの内容である複素数を学習中。
三角形の相似、三平方の定理、円弧の性質は既習。

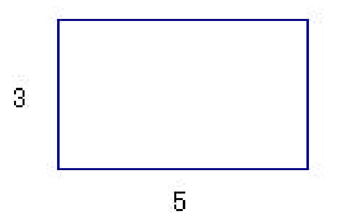
（イ）　準備：コンピュータ（Windows）、作図ツール（Cabri GeometryII）、Microsoft Power Point、ビデオプロジェクター、事前・事後アンケート、授業資料、ワークシート、コンパスとして使用する紐

３－（３）授業展開

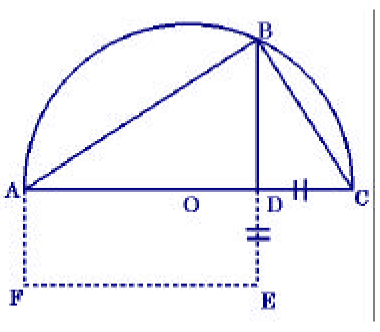
〈1 時間目〉

【目標】

生徒が、古代ギリシアではどのような数学を行っていたかを理解し、現代の数学と比較し、現在生徒がやっている数学と異なっていることを確認する。



【図１】導入問題



【図２】ギリシア数学での作図

【授業の流れ】

①現代の数学を用いた作図

「横の長さが５、縦の長さが３の長方形があります。この長方形の面積と同じ正方形を作図してみましょう。」という問いを与え、生徒に考えてもらう。【図１】ここで、ほとんどの生徒が正方形の１辺が$\sqrt{15}$であるということを代数的計算することで考えだし、そこから正方形を作図しようとするが、生徒は作図をすることは困難であった。このことは、普段生徒がやっている数学とは異なり、なぜこのようなことをするのかを考えてほしいという意図から行ったものである。

②ギリシアの数学の作図に触れる

古代ギリシア人は、①での問題を考える際にコンパスと定木のみを使って作図した。【図２】この方法を作図方法どおりに、生徒はワークシート①に作図を行う。ここで使用する道具は、コンパスとして紐【図３】を使い、そして定木を使って作図する。コンパスとして紐を使うことについての生徒の反応は普段使っているコンパスとは異なっているので、「しょぼい。」とか、「こん

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 (10)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.81-92、2003年3月

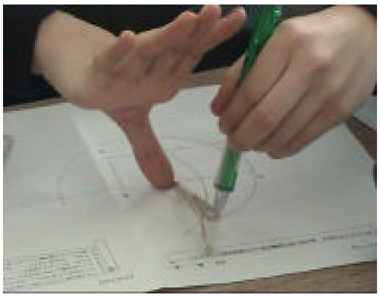

【図３】授業で使った紐

なものがコンパスなの？」と不思議がっていた。次に、教師は作図の手順を口頭で説明し、生徒一人を前に出させて黒板に作図させた。

作図した後に、生徒は代数的な証明を穴埋め式で行う。ここでは、生徒はコンパスとしての紐をうまく使うことができなく手間取っていた。

③ギリシア数学の紹介

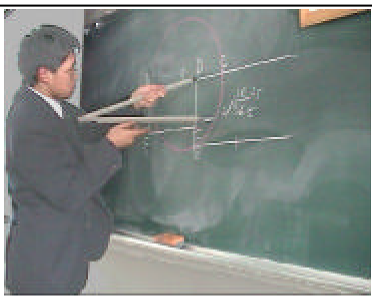
授業者は、ギリシア数学における作図の存在を定義し、ギリシア時代の数学の研究をまとめた本であるユークリッド原論を紹介した。そして、ギリシア数学の作図が、「コンパスと定木のみを使い、これらを有限回使って作図するものとする。」ということを教え、ここで、生徒があることに気付く。このあることとは、普段生徒が使っている定規とこの授業で使うことができる定木の違いである。ここでは、漢字が違うことを気付く。


【図 4】紐を使った作図

次に、授業者は、長方形の面積を正方形に作り直す理由を「形が違うものの面積を比べるため」ということを生徒に口頭で伝えた。なぜ、面積を比べる必要があったのかということは、古代エジプト時代に関係するということを伝えた。これらのことを踏まえてもう一度②で行ったことを生徒は確認した。

④直線図形の面積と等しい正方形の作図の紹介

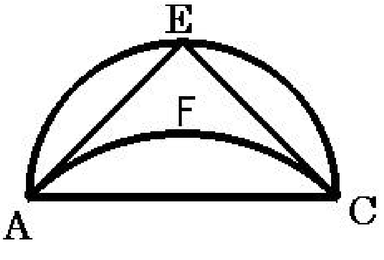
三角形の面積と等しい平行四辺形の作図を作図ツール(Cabri GeometryⅡ)で授業者が行い生徒は宿題としてこの作図をワークシート②でしてくるように指示する。つぎに、直線図形である多角形の面積と等しい平行四辺形の作図を同じく作図ツール(Cabri GeometryⅡ)で説明した。授業者は、生徒に前を見るように指示し、作図の方法を考えてもらい、どうして面積が等しくなるのかが気づくように説明した。まとめとして、直線図形から平行四辺形への等積変形をし、次に平行四辺形を長方形に直し、長方形から正方形への等積変形を行ったこと確認した。


【図 5】黒板での作図

⑤円積問題の導入

授業者は、次に今までは直線図形の場合をしたが、曲線図形である円の場合はどうであるかを生徒が考え、円積問題【与えられた円の面積と等しい正方形を作図せよ。】を紹介した。

最後に、次の授業の予告として円積問題を解こうとした人々を紹介し、その中の１人であるキオスのヒポクラテスの月形求積法を授業で考えていくことを説明した。



【図６】第 1 の求積法

〈２時間目〉

【目標】

生徒が、円積問題を解こうとしたキオスのヒポクラテスの月形求

積法を既習の内容を使い理解し、その証明を理解することができる。

【授業の流れ】

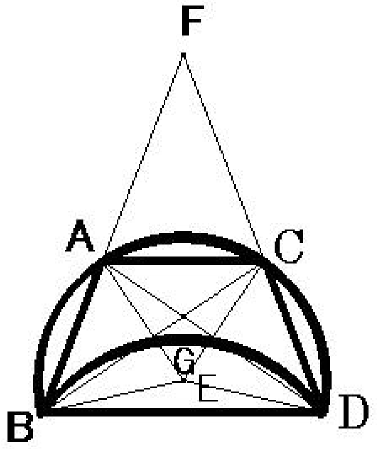
①キオスのヒポクラテスの月形求積法の紹介

紀元前４７０～紀元前４１０年に生きていたキオスのヒポクラテスが円積問題を解こうとして考え出した月形求積法を紹介した。月形求積法とは、半径の異なる円の一部の弧を２つ組み合わせて作られる月形を直線図形に等積変形するというものである。ここで、重要な命題とは、【相似な円の弓形の比はそれらの底辺の平方の比に等しい】というものであるが、生徒は普段使っている相似といえば、三角形を考えるので、この弓形の相似を考えることは困難であった。

②第１～第４の月形求積法を考える

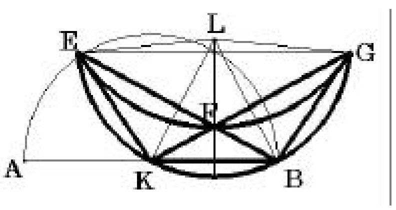
第１の月形求積法における図形は、【図６】（直径 AC となる半円を描き、弧 AC の中点を頂点とする直角二等辺三角形 AEC を描く。）に示した通りで、ここでは月形 AECF＝三角形 AEC が等しいのである。生徒は、どこの面積とどこの面積が等しいかを探し出し、授業者がヒントを与えてその証明を考える。ここでは、生徒は月形と等しい面積を持つ直角二等辺三角形を探すことができ、証明もヒントに応じて考えることができた。

第２の求積法は、月形の外周が半円より大きい場合のものである【図７】。ここでは、月形 BACDE＝台形 ABDC となっている。作図の仕方は、原典を載せておき、それを見るように指示した。生徒は、月形と等しい面積の直線図形はどこにあるかを探すという問題を考えた。ここでは、生徒は第１の求積法において、三角形が出てきたので、三角形こだわり面積が等しい直線図形が台形であることがなかなか見出すことができなかった。



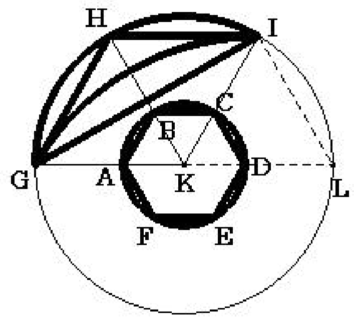
【図７】第 2 の求積法

第３の求積法は、第２の求積法と対照的に月形の外周が半円より小さい場合である【図８】。ここでは、月形 EKBGF＝三角形 EFK、FKB、GFB の面積の和が等しくなる。生徒は、授業者の原典の和訳を見ながら、月形と面積が等しい直線図形を探し、証明を試みる。ここで、生徒はなかなかどこと等積かが分からず、証明にもなかなか手が進まなかった。



【図８】第 3 の求積法

第４の求積法は、今までのものとは異なり初めて円が出てくる。そして、円と月形の面積の和と三角形と六角形の面積の和が等しいのである【図９】。ここでは、授業者がどこの面積とどこの面積が等積かの確認を作図ツール Cabri GeometryⅡを使用して行った。【図１０】



【図９】第 4 の求積法


【図 10】話し合いの風景

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（10）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.81-92、2003年3月

③まとめ

授業者が口頭で第１～第４の求積法を振り返り、この月形求積法で円積問題は解けるのだろうかという問題を生徒に問いを提示した。宿題としてこの問題の自分の考えをワークシートに書いてくるように指示した。そして、次回の授業において、生徒の考えを出し合い考えると予告した。

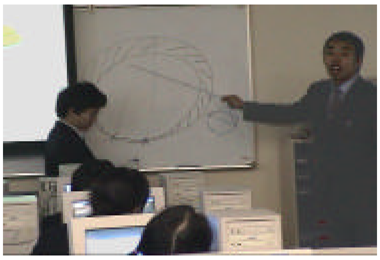
〈３時間目〉

【目標】

生徒が、月形求積法で円積問題が解けるかどうかの自分の考えを持ち、それについて議論できるようにする。ギリシア数学の制約を考えなかったら解ける方法を理解する。

【授業の流れ】

①１，２時間目の復習



【図 11】生徒の前での発表

【図 12】授業の風景

１時間目に直線図形の等積変形を行って正方形に直せることを復習し、そして２時間目にキオスのヒポクラテスの月形求積法の第１求積法から第４求積法がどんなものかを生徒は授業資料を見ながら教師は作図ツール Cabri GeometryⅡを使って説明を行った。

②月形求積法で円積問題が解けるかの議論

２時間目の宿題とした「月形求積法で円積問題は解けるだろうか？」という問題を１０分程度考えてもらいそこから、議論に移る。

・議論

教師　：月形求積法で円積問題が解けると思う人は手を上げてください。

（クラスの半分以上の生徒が手を上げる）

教師　：では、どのようにすると解けると思いますか？

生徒Ａ：第１求積法の図を２つ組み合わせて円を作るとまず、月形２つと面積が等しい正方形を作ることができます。すると、残った弓形の面積は扇形の面積を求めてそこから三角形を引くと出てくるので円の面積を求めることができます。

教師　：じゃあ、その弓形と等しい面積を持つ直線図形はどうやって作図するのですか？

生徒Ａ：あっ！できません。

生徒Ｂ：僕は、月形求積法で円積問題を解くことができないと思います。

教師　：では、どうしてできないと思いますか？

生徒Ｂ：ヒポクラテスは、第３の求積法をした後に、「私は、外周が半円、半円より大きいもの、半円より小さいものをもつ月形を平方化することができたので、すべての月形を平方化することができた。」といっています。すべての月形が、平方化することができたなら第４の求積法を用いると円と月形の面積の和を直線図形の和にすることができるから、円積問題は解くことができますが、適当に描いた月形は、平方化することができないと思います。つまり、ヒポクラテスが平方化した月形は平方化できるように作られている特殊な場合のものだと思います。だから、ヒポクラテスはすべての月形を平方化したということは間違っているから、月形求積法では円積問題を解くことができません。【図１１】

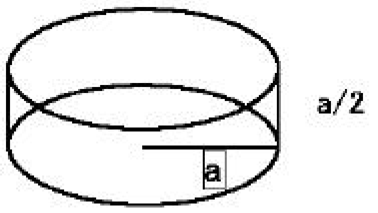
教師　　：この意見に対して何かありませんか？

（生徒は沈黙する）

教師　　：では、このＢ君の意見を聞いて月形求積法で円積問題を解くことができないと思う人は手を上げてください。

（クラスのほとんどの生徒は手を上げる）

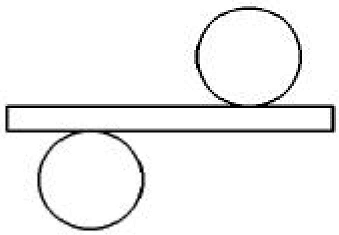
教師　　：では、月形求積法では円積問題は解けないのですね。



【図１４】円柱

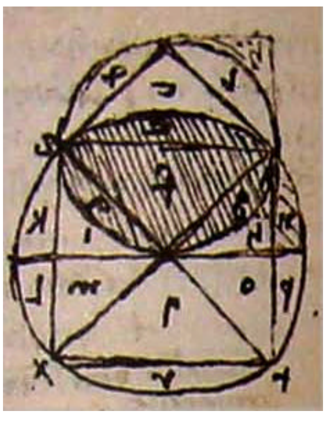
③円積問題の作図不可能の説明とレオナルド・ダ・ヴィンチの等積図形の紹介

月形求積法で円積問題が解けなかったことを考えたことを説明した。そして、円積問題自体が１８８２年にドイツ人のフェルデイナンド・リンデマンはπがコンパスと定木のみでは作図できないことを証明したことを紹介し、円積問題が作図不可能であることを説明した。生徒は、何で作図できないのだろうという顔をしていたが、授業者は生徒自身が考える余地を残した。


【図１５】円柱の展開図

次に、円積問題は解けなかったがある制約を考えなければ円の面積に等しい正方形をかくことができることを考えた。その例として、レオナルド・ダ・ヴィンチが考えた円柱を使って考えるものを事例として取り上げた【図１４】。この方法は、円柱の底面である円の半径の半分の長さを円柱の高さにとり、その円柱を展開すると側面の長方形は、円の面積に等しくなっている【図１５】。このことを生徒は、作図ツール（Cabri GeometryⅡ）を用いてこのように作られた円柱の側面の長方形と底面の円の面積がいつでも等しいということを確認した。しかし、この方法は、ギリシア人の要求に応えていないのである。

・教師と生徒のやりとり


【図１6】レオナルドの等積図形

(出典：パリ手稿)

教師　　：このレオナルド・ダ・ヴィンチの円柱を使った方法は、ギリシア人の要求に応えていないのです。

生徒　　：なぜですか？

教師　　：では、どうやって展開図を作図するのですか？

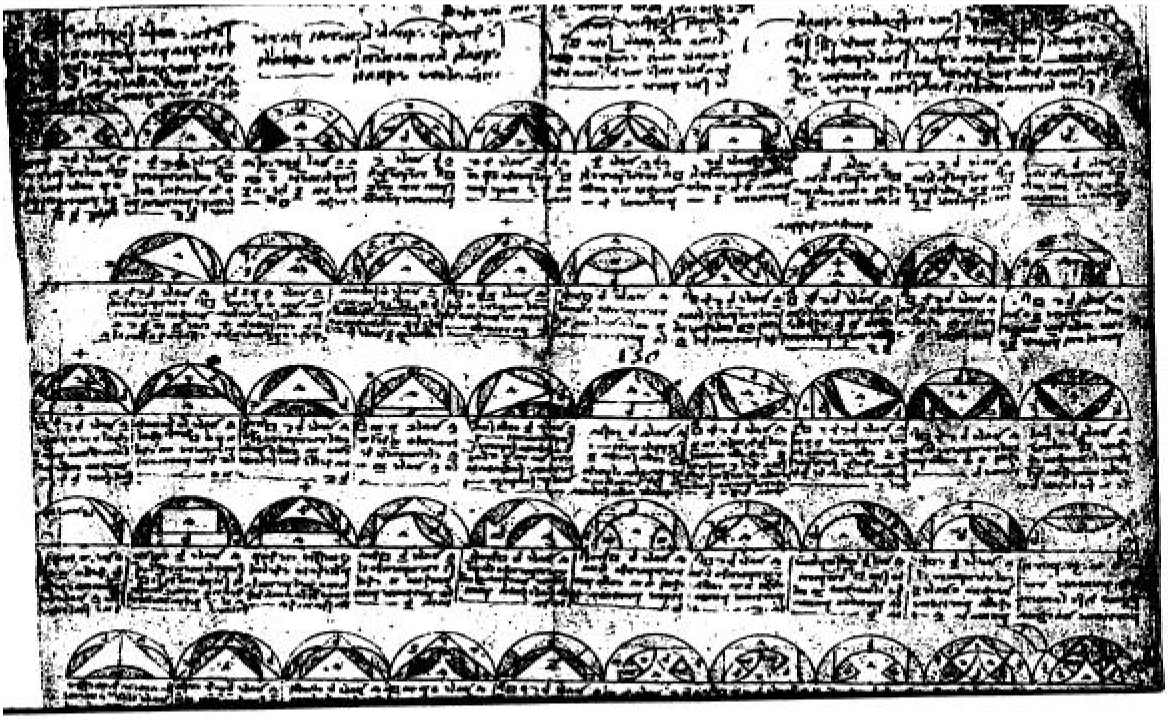
生徒　　：・・・

教師　　：展開図を作るには、円柱の側面である長方形を作図しなければいけません。では、どのようにして円柱の底面である円の円周を作図するのですか？先ほどπが作図できないことを言いましたよね。

生徒　　：あっ、そっか！（納得した表情で）

次に、紹介としてレオナルド・ダ・ヴィンチが考え出した等積図形を説明した。それは、一例として【図１6】に示したようなものがある。ほかにも多数あるが、これらの多くは、レオナルド・ダ・ヴィンチの手稿に書かれていることを示した。そして、【図17】は、すべての図形の白い部分の面積が等しいということを説明した。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 (10)
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.81-92、2003年3月



【図１7】レオナルド・ダ・ヴィンチの等積図形の一部
(出典：アトランティコ手稿)

④まとめ

円積問題は、月形求積法では解けないことが分かり、円積問題自体が作図不可能なことが分かった。しかし、古代ギリシアの数学の制約を考えなければ、レオナルド・ダ・ヴィンチが考えた円柱を使う方法で円と等しい面積を持つ正方形を作ることができるとまとめた。

５．議論

課題１： 生徒は、数学的活動を通して自ら学び、自ら考える態度が育成できるか。

授業を撮影したビデオにより、3日目に生徒は、ディベート方式の討論において、自ら等積図形を見つけ出し、周りの生徒ともに本当にヒポクラテスの月形求積法で円積問題を解くことができるかどうかを話し合い、様々な意見を交わすことができていたように思われる。この場において、生徒は自分の意見を持ち、自ら進んでこの話し合いに参加していた。このことにおいて、生徒は、自ら学び、自ら考える態度を育成することがで

①昔の人たちの原始的な考え方が面白かった。
②今の時代にとっては、ずいぶん面白いやり方するなぁと思った。
③昔なりに割と高度な数学をやっていたということがわかった。
④古代ギリシアでは、今のように便利ではなく、苦労して答えを求める。
⑤今のように、コンパスが金属製ではなかったということ。すべてが原始的だというところ。
⑥今の図形の問題は昔よりずっと分かりやすいという風に思うようになった。
⑦自分の知らないことがたくさんあり、昔の人は頭をかなり使っていたんだなぁと思った。
⑧今は、簡単に求められる円などの面積は昔の人が一生懸命出してくれたからこそなんだと思った。
⑨数学の歴史の考え方が変わった。
⑩今の文化がないから新しい見方ができたと思う。
⑪形が違っても同じ面積があったことに驚いた。
⑫授業において良かった点は、みんなに考えさせてくれたこと。
⑬今私たちが学んでいる数学が長い歴史の中で色々な人々が頭を悩ませたことによって存在することを意識するようになった。
⑭難しい話だったけど、ギリシア数学とか知ったし、前よりも図形が好きになりました。
⑮今まで知らなかったことが知れてよかった。
⑯コンパスのほうが便利だけど、昔の人に感心した。
⑰今学んでいる数学より古代ギリシアの方が難しいと思った。昔でも考え付かない方法で色々なことをしていてすごいと思った。
⑱古代から、数学は研究されていて、いろんな人が苦労しているんだなと思いました。

アンケートの抜粋(生徒の記述)

きたのではないだろうか。

　また、アンケートを見てみると、⑫において、授業においてよかった点は、みんなに考えさせてくれたこと。と書いてある。このことは、普段の授業において、生徒自身が考える場が少ないことを示している。しかし、今回の授業において、生徒の考える場を設け、考えることのすばらしさや楽しさを学ぶことができたのではないだろうか。⑮において、今まで知らなかったことが知れてよかったとある。このことは、数学的活動を通して、
生徒の新しい数学の世界が広げられることができたのではないであろうか。そして、生徒は自ら学び、自ら考えることの大切さを味わうことができたと思われる。

　このようなことから、課題１は達成することができたことがうかがえる。

課題２：　生徒は、人間の営みとしての数学を理解し、それにより考えられてきたことが認識できるか。そして数学を発展的にとらえることができるか。

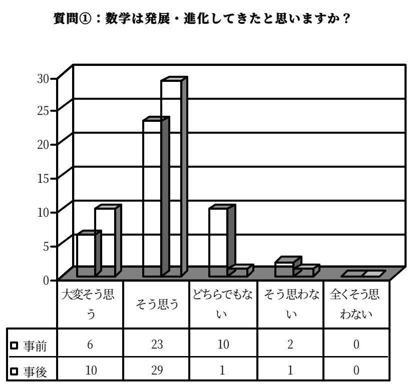


表 1

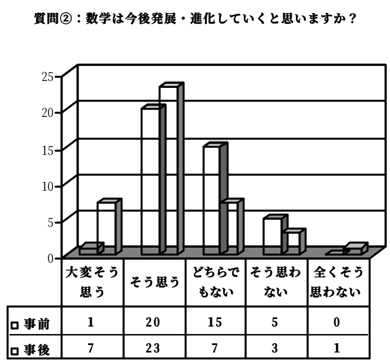


表 2

　上記のアンケートの結果から、①⑤の「原始的な」や、③の「昔なりに」そして、②の「今の時代にとっては」などのように、生徒は現在自分達がやっている数学とギリシア時代の数学に比べていることが分かる。また、⑦⑨⑭のように、「昔の人が一生懸命出してくれたからこそなんだ」、「色々な人々が頭を悩ませたことによって存在することを意識するようになった。」のように、現在の数学が文化の営みであることを理解していることが考えられる。そして、現在の数学は、昔の先人たちのおかげで成り立っていることを自覚し、昔の数学があってこその現在の数学であるということが確認できたと考えられる。④⑥⑬では、「昔より分かりやすい」、「今のように便利ではなく、苦労して答えを求める。」ということから、現在の数学は、昔より発展・進化しているということが、ここから分かる。また、⑩のように「図形が好きになった」というように、数学に対しての興味・関心を持つ生徒も見られた。ここでは、一部の生徒の感想しか上げることができなかったが、ほとんどの生徒が数学は文化的営みであることを理解していると考える。

　次に、数学を発展的に捉えることができるかを考察する。ここでは、全体のデータに着目して考察する。問１「数学は発展・進化してきたと思いますか？」、問２「数学は今後発展・進化していくと思いますか？」という質問に対して選択型のアンケート

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（10）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.81-92、2003年3月

を事前と事後で行い、数値の変化を見た。表１、表２に示すとおりである。

問１の質問に対して、事前アンケートでは「数学は今まで発展してきたと思う」という答えを出した生徒は全体の７１％に対し、事後アンケートでは、全体の９５％に上昇した。次に、問２の質問に対し、事前アンケートでは「数学は今後発展・進化すると思う」と答えた生徒は全体の５１％に対し、事後アンケートでは、全体の７３％に上昇した。このことから、生徒は数学を発展的に捉えることができると考えられる。
これより、課題２は果たせたといえるのではないであろうか。

以上の２つの課題は、本研究において達成することができた。先行研究の恩田(1999)において、数学史を扱うことで、数学自身の理解を深めるような議論を促し、「数学基礎」において主要な活動となりうると述べている。本研究において、数学史は、数学の楽しさや有用性を知り、数学自身の理解を深めるとともに、自ら学び、自ら考える力の育成にも役立つことが見られた。よって、数学史は、「数学基礎」だけでなく数学の授業においても生徒の心を動かすものになりうるのである。

６．おわりに

本研究では、数学史を授業に取り入れた学習が、数学的な考え方を活かし自ら工夫して問題を解決したり判断したりすることができることを示し、自ら学び、自ら考える力の育成においても有意味なものであることを示した。

授業後のアンケートにおいて、生徒は「図形の学習は好きだけれども、空間図形になると嫌いだ。」という意見が多数あった。この現象としては、おそらく空間図形になってくると頭の中で図形をかくことができなくなってくるのではないだろうか。本研究は、平面図形を取り上げていたが、今後の課題として、空間図形をより効果的に学習するために、コンピュータを使い、数学史を用いて空間図形の学習の意義を考える検証を課題として取り組んで生きたいと思う。

謝辞

研究授業の実施に際して、私立茗渓学園の島一史先生、大貫和則先生をはじめ、数学科の先生方には、貴重なご意見、ご協力をいただきました。深く御礼申し上げたいと思います。

注）

本研究は平成 14 年度科学研究費「数学の文化的視野覚醒と新文化創出のために教材・指導法開発研究」（基盤研究 B、研究代表者　礒田正美　No. 14380055）の一環として行われた。

参考・引用文献

【１】　文部省（1999）．*中学校学習指導要領解説　数学編*．大阪．大阪出版

【２】　礒田正美(1987)．*数学学習における数学史*．筑波大学付属駒場論集，p.157－174．東京．筑波大学付属駒場中・高等学校

【３】　礒田正美(2002)．*解釈学から見た数学的活動の展開*．筑波数学研究，21，pp.2-10

【4】 磯田正美(2001).*異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察―隠れた文化としての数学間の意識化と変容を求めてー*,筑波数学教育,20,pp.39-48

【5】 John Fauvel and Jan van Maanen(2000).*History in Mathematics Education*.Kluwer Academic Publichers

【6】 沖田和美(1996).*学校数学における数学史を活かした指導に関する一考察*.筑波数学研究,15,pp.127-128

【7】 恩田洋一(1999).*一次文献を利用した数学史教育に関する一考察―「数学基礎」に関連して―*.筑波数学教育研究,18,pp.75-76

【8】 楠葉隆徳・林隆夫・矢野道雄（1997).*インド数学研究*. 東京. 恒星社厚生閣

上記以外に授業に際して参考にした文献

【9】 Ivor Thomas（1939）*GREEK MATHEMATICAL WORKS I*.Harvard University ,pp.234-253

【１０】中村幸四郎・寺坂英孝・伊藤俊太郎・池田美恵訳(1996).*ユークリッド原論(縮刷版)*,共立出版

【１１】T.L. ヒース（1998）.*復刻版ギリシア数学史*.東京. 共立出版

【１２】レオナルド・ダ・ヴィンチ（複製 1975）.*マドリッド手稿*. 東京.岩波書店

【１３】レオナルド・ダ・ヴィンチ(複製 1975).*パリ手稿*.東京.岩波書店

【１４】ラディスラオ・レティ（1975). *知られざるレオナルド*（小野健一訳). 東京. 岩波書店

【１５】スチュアート・ホリングデール(1993).*数学を気付いた天才たち（上）*.東京.講談社

【１６】G.G.ジョーゼフ（1996）.*非ヨーロッパ起源の数学*.東京.講談社

【１７】ボイヤー(1984).*数学の歴史 2*,加賀美鐵雄・浦野由有,朝倉書店