出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（9）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.85-95、2002年3月

文化的営みとしての数学授業に関する一考察

―角の三等分問題を通して―

筑波大学大学院修士課程教育研究科
大谷まなみ

要約

本研究は、ギリシア数学「角の三等分問題」を教材として用いて、数学者の成果やその批評などを生徒自身に解釈をさせる授業を行った。この中で、数学が人間の文化的営みとして発展してきたとする形成過程を認識することや、またそれにより生徒は発見する喜びを感じたり、数学における生徒なりの価値や批判的に見ることの大切さを見出したりできるかどうかを課題とし授業の有用性を考察した。その結果、考察･検討しようとする態度が見られ、授業の有用性が伺えた。

１．はじめに

第 15 期中央教育審議会第一次答申において、「ゆとり」の中で「生きる力」をはぐくむことを提言し、その具体例として「いかに社会が変化しようと、自分で課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力」の育成をあげている。数学指導においても、このねらいを実現することを考えていかなければならない。ところが、現在の数学教育では、授業時間数や指導内容との折り合いからか問題を解くことに重点がおかれ、生徒の主体性にかけてしまうことが少なくない。また生徒の数学に対する態度として、教師に与えられた問題を教えられたように解くという受身の姿勢のままでは、自ら考える力は衰えてしまう恐れすらある。中間は答申で示されたことについて、「数学の学習においても自分で課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、よりよく問題解決ができる能力を育成することが大切である。また、知識の習得、技能の習熟など数学の理解のために必要な基礎的な力の向上とともに、数学に感動するなどの豊な心を育てるといった情意的な側面も大切にしなければならない。[1]」と数学の学習における視点で述べている。

主体的な態度の育成には、生徒が疑問を持ち、自ら判断する機会がある授業を行うことが有効ではないかと考える。なぜなら、問題に対する正答を知って終わりとするのではなく、それがどんな意味を持つものなのか、本当に正しいのかと振り返って考えたり自らの視点で見直していったりするようになれば、どんな場面においても主体的に考えていけるのではないかと考えるからである。そこで生

[1]　吉田明史・飯高茂編著「高等学校学習指導要領の展開　数学科編」明治図書　pp20

徒に疑問を持たせるためには、生徒に検討する機会を与えることが必要であると考え、今回の授業では、この検討する態度また考察する態度の育成を目指す。

中間は豊な心を育てるという情意的な側面の大切さについても書いているが、この情意面に重点をおいている高等学校の学習指導要領における科目が数学基礎である。この内容の取り扱いにおいては、数学史的な話題を取り上げるものとするとある。数学史の研究で、中村幸四郎[2]は、数学の内的発達を中心に、数学の形成過程をみてそのメカニズムを明らかにすることが数学史の主眼であると述べている。それを受けて沖田(1995)[3]は「数学を固定的なものと見ている子どもの見方を変え、数学が発展的なものとして捉えられるようにすることが必要であろう」と述べている。また、礒田[4]（2001）では、「現在我々の学ぶ数学が 1 つの文化であることを認める活動は、数学を人間の文化的営みとして体験する活動の典型である。」としている。

そこで本研究では、これらのことを踏まえ角の三等分という 1 つの数学問題の形成過程を追いながら、それに関わる数学的発見や数学者達の考え・取り組みに触れ、人間の文化的営みとしてみる数学史を活用した授業を行い、以下の研究目的について授業実践を通して考察していく。

２．研究目的・研究方法

研究目的：教材としてギリシア数学「角の三等分問題」を用いて、当時に考え出された数学の成果や批評について生徒自身に解釈をさせる授業は、考察・検討する態度を育てることに有用であるかどうかを考察する。

研究方法：本研究の目的を達成するために、以下のように課題を設定し考察する。

課題１：生徒は、数学が人間の文化的営みとして発展してきたものであると捉え、その形成過程を生徒なりに認識することができるか。

課題２：生徒は、数学の形成過程に触れることで、発見する喜びを感じたり、数学における自分なりの価値や批判的に見る大切さを見出いだしたりすることができるか。

本研究では、授業事前に数学に関する意識を問うような選択中心（記述を含む）のアンケート、研究授業後に事前と同様の項目に関するものに加え感想等を問うアンケート、また授業毎の感想を問うアンケートを実施した。そのアンケートや授業を撮影したビデオをもとに考察する。

３．授業概要

(ア)指導目標

・古代ギリシア時代の数学を、活動を通して理解する。

・「角の三等分問題」を通して、数学の形成過程を生徒それぞれに解釈さ

---

[2]中村幸四郎(1981)「数学史ー形成の立場からー」共立出版

[3]沖田和美(1996)「学校数学における数学史を生かした指導に関する一考察」平成 7 年筑波大学大学院教育研究科修士論文

[4]礒田正美(2001)「文化的営みとしての数学教育；その方法としての数学史上の一次文献の利用」筑波大学教育研究所

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（9）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.85-95、2002年3月

せる。

(イ)教材開発

原典として Greek Mathematical Works Ⅰ[5]（pp. 308－363）を用いた。特にその中の(ⅱ)The Quadratrix におけ Pappus,Collection .30.45-32.50,ed.Hultsch250.33-258.19 と Sporus's Criticisms について授業で取り上げた。角の三等分問題は、当初コンパスと定木(目盛りを使わないため)を用いて考えられることが主流であったが、次第にそれ以外のもの（曲線・三等分器・直角定規など）を用いて考える人たちが出てきた。現在残っている資料では、コンパス･定木以外のものを用いて角の三等分を考えた最初の人物はヒッピアスであるといわれている。ヒッピアスは、角を三等分することが理論的には可能となる曲線(別名円積線)を考え出したが、本人が書き残した資料はなく、Pappus がその曲線が持つ性質を書き記している。つまり、現在資料として残っている角の三等分に用いるヒッピアスの曲線は、ヒッピアスの正確な意見とは限らないと言える。Pappus が書き記したヒッピアスの曲線には、疑問な点がいくつかある（二つの動く線分が、同じ時間で到着すると書いてあるが、それぞれの速度で一定に動くと書いていないため、一定の割合を保つとは限らないなど）。生徒がこの曲線に対して違和感を感じたり、疑問に思ったりすれば、生徒は不確定な状況を解消するため考察をすると考えた。また、ヒッピアスの曲線についての Sporus の批評や､さらに別のアプローチを出してきた数学者達の取り組みに触れることで、だめだと思われても諦めずに別のアプローチを考え出したり、考えが 1 つででも正しいと納得して終わりにしてしまうのではなく、批評を出したり、別のアプローチを考え出したりすることで、数学が発展してきたことを生徒に伝えたいと考えた。筆者は、考察する態度を育てることは、いろいろな考えを生み出す意欲につながると考える。

(ウ)授業環境

・対照：中学３年生　２クラス（90 名）
　高校の数学Ⅰを既習中
　垂直、平行、角の二等分線の作図は既習。相似な三角形、円弧の性質も既習。

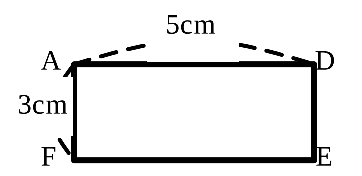
・準備：コンピューター（Windows)､作図ツール（Cabri　GeometryⅡ)、Microsoft Power Point、ビデオプロジェクター、実物　投影機、事前・事後アンケート、授業資料、ワークシート

(エ)授業展開

［１時間目］古代ギリシア時代の数学とその位置付け

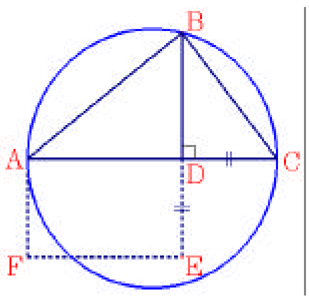
① 「横の長さが５㎝、たての長さが３㎝の長方

[5]Ivor Thomas(1939)「GREEK MATHEMATICAL WORKS Ⅰ」Harvard University pp256-363



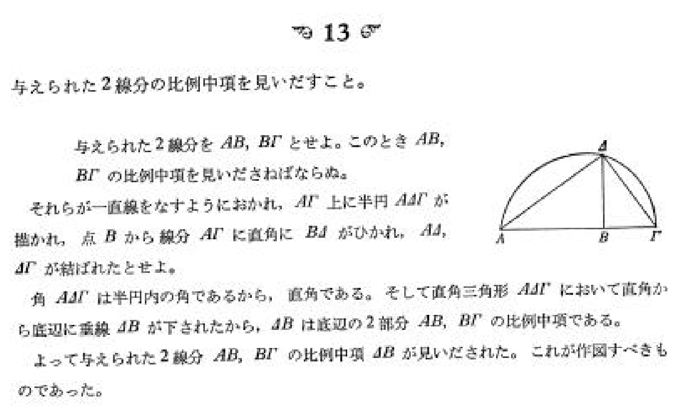
＜図１＞

形の面積と同じ面積の正方形を作りたい。正方形の一辺の長さを何cmにすればよいですか？また、その正方形を作図してください。」という問いを始めに与えた。（図１に作図させる）生徒は、普段から経験している代数的な計算には抵抗なく取り組むが、経験が少ない作図になると、予想をつけて取り組んだり、ヒントから発展的に考えたりすることが困難であるようだった。



＜図２＞

　教師は、古代ギリシアでは上記のような問題を考える際に、代数的な表現ではなく、作図つまり幾何学的に考えられていたことを強調した。そこで、上の問題のような問いに対して、古代ギリシアではどのように考えられていたのかと振り返り、実際に作図させることで理解させることにした。教師は、作図手順の説明を口頭と黒板とカブリによって行った(完成図は図２)。そして、図において線分 BD が正方形の一辺の長さを示していることを述べた。これが正しいことを代数的に理解させるために、穴埋め式の証明をさせた。



13

与えられた２線分の比例中項を見いだすこと。

与えられた２線分を AB, $B\Gamma$ とせよ。このとき AB, $B\Gamma$ の比例中項を見いださねばならぬ。

それらが一直線をなすようにおかれ，$A\Gamma$ 上に半円 $A\Delta\Gamma$ が描かれ，点 B から線分 $A\Gamma$ に直角に $B\Delta$ がひかれ，$A\Delta$, $\Delta\Gamma$ が結ばれたとせよ。

角 $A\Delta\Gamma$ は半円内の角であるから，直角である。そして直角三角形 $A\Delta\Gamma$ において直角から底辺に垂線 ΔB が下されたから，ΔB は底辺の２部分 AB, $B\Gamma$ の比例中項である。

よって与えられた２線分 AB, $B\Gamma$ の比例中項 ΔB が見いだされた。これが作図すべきものであった。

＜図 3＞

　教師は、古代ギリシア時代から＜図３＞のような幾何学的に解いた問題などを集め、本にした人たちがいたこと、中でもユークリッドという人が出した本は、それ以前の数学研究や成果がよく総合化、体系化されていたため「ユークリッド原論」と言われていたことを述べた。

　この内容は、現代の数学と古代ギリシアの数学とを各自が相対化できることをねらった。

②教師：作図に使用する道具は、定木とコンパスの２つに限られていたことを述べる

生徒：「きが違う。」(何人もつぶやく)

教師は、その声を取り上げ定木と定規の違いを述べた。

教師が、線分の二等分、角の二等分を色々な方法で作図するようにという問いを出したところ、ほとんどの生徒は、教科書で習った基本

出典：中学校･高等学校数学科教育課程開発に関する研究（9）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.85-95、2002年3月

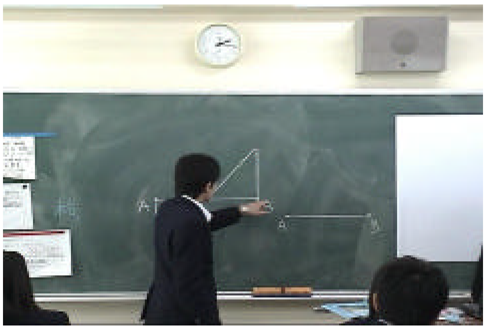
な方法で作図していた。答えが一つ出れば，終わりだとしてしまう生徒が少なくなかった。

教師：「（基本的な作図法で線分を二等分する。）
　　このように作図できるね。他には？」

生徒：リラックスした表情から、驚いた表情になる。

教師は、基本的な作図法で角を二等分し、他の方法で考えた人はいるか尋ねる。線分の二等分は、相似な三角形（合同な三角形であるが、三等分にも考えが利用できるようにあえて相似という言葉を用いた）の性質を使う方法もあることを提案する。何人かの生徒が発見し、発表させた。次に、発表されたような考え方を用いると線分の三等分はできないかと問いかけたところ、生徒はそれぞれに取り組み始めた。線分の三等分と角の三等分を宿題とした。


＜図 4＞作図に取り組む生徒


＜図５＞線分の二等分を作図

［2 時間目］角の三等分とそれに取り組んだヒッピアスについて

① 線分の三等分・角の三等分の確認

線分の三等分を、基本的な線分の二等分の作図を使って試行錯誤した生徒もいたが,前の授業で発表された相似な関係を用いる考え方を発展させて,線分を三等分してきた生徒もいた。（もう一つのクラスでは，三角形の重心に目をつけて取り組んでいた生徒もいた。）

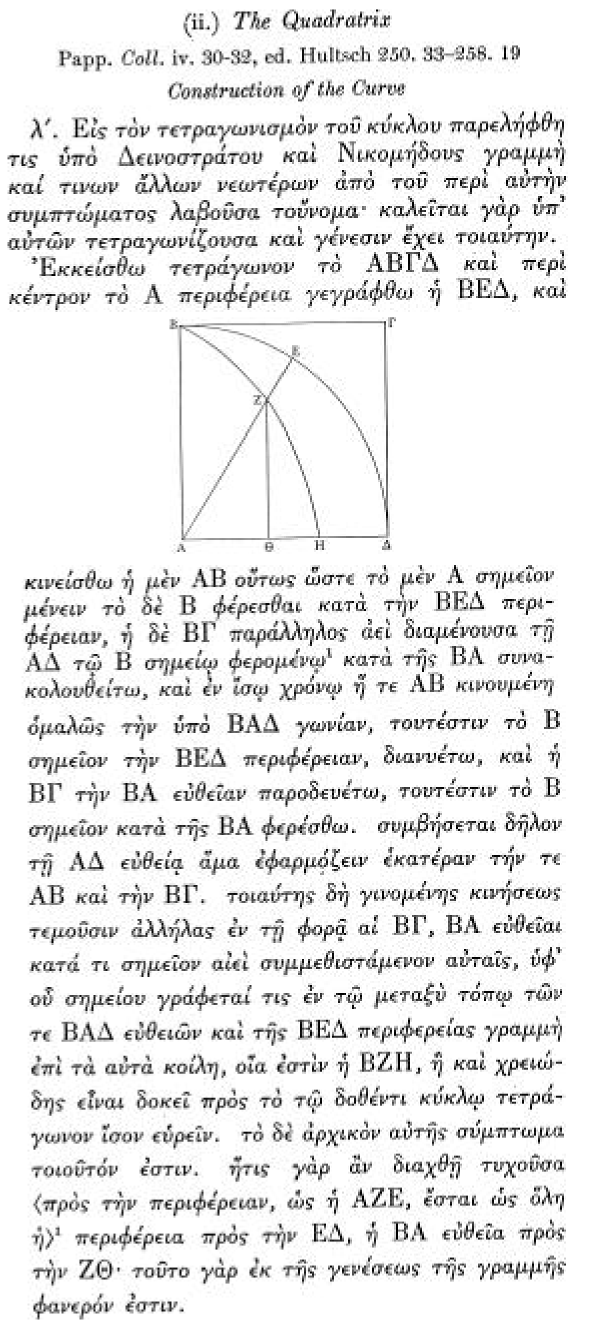
② 古代ギリシア時代に,数学者達の間で熱心に研究されていた三大作図問題を取り上げ、簡単な図によってそれぞれの問題のイメージを持たせた。

教師：「古代ギリシア時代に、角の三等分の最初の研究者といわれているヒッピアスという人がいました。ヒッピアスはみんなと同じように定木・コンパスで角の三等分を作図してみたけれど上手くいかないということで、何かを発見しました。」

生徒：「分度器」

教師：「分度器ね、残念。実はある曲線を考え出しました。」

教師は、理論上、角の三等分ができると言われている曲線―ヒッピアスの曲線（別名円積線といわれている）―について書かいている原典（ギリシア語）を見せた。ここで、ヒッピアスの曲線は、紀元前 5 世紀に考えられたもので、この文を書いた人はヒッピアス本人ではなく、パッポスという人が書いたものであることを説明した。教師は、ヒッピアスの考え全てが載っているわけではないことを分かって欲しかった。なぜなら、原典にはヒッピアスの曲線をつくる線分 B’C’と円の半径からできた線分 AE のそれぞれが一定速度で動くとは書かれて



(ii.) *The Quadratrix*

Papp. *Coll.* iv. 30-32, ed. Hultsch 250. 33–258. 19

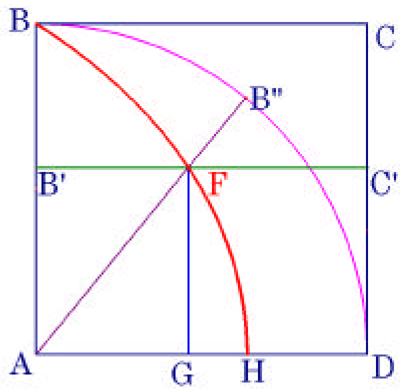
Construction of the Curve

λʹ. Εἰς τὸν τετραγωνισμὸν τοῦ κύκλου παρελήφθη τις ὑπὸ Δεινοστράτου καὶ Νικομήδους γραμμὴ καί τινων ἄλλων νεωτέρων ἀπὸ τοῦ περὶ αὐτὴν συμπτώματος λαβοῦσα τοὔνομα· καλεῖται γὰρ ὑπ' αὐτῶν τετραγωνίζουσα καὶ γένεσιν ἔχει τοιαύτην. Ἐκκείσθω τετράγωνον τὸ ΑΒΓΔ καὶ περὶ κέντρον τὸ Α περιφέρεια γεγράφθω ἡ ΒΕΔ, καὶ

κινείσθω ἡ μὲν ΑΒ οὕτως ὥστε τὸ μὲν Α σημεῖον μένειν τὸ δὲ Β φέρεσθαι κατὰ τὴν ΒΕΔ περιφέρειαν, ἡ δὲ ΒΓ παράλληλος ἀεὶ διαμένουσα τῇ ΑΔ τῷ Β σημείῳ φερομένῳ[1] κατὰ τῆς ΒΑ συνακολουθείτω, καὶ ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἥ τε ΑΒ κινουμένη ὁμαλῶς τὴν ὑπὸ ΒΑΔ γωνίαν, τουτέστιν τὸ Β σημεῖον τὴν ΒΕΔ περιφέρειαν, διανυέτω, καὶ ἡ ΒΓ τὴν ΒΑ εὐθεῖαν παροδευέτω, τουτέστιν τὸ Β σημεῖον κατὰ τῆς ΒΑ φερέσθω. συμβήσεται δῆλον τῇ ΑΔ εὐθείᾳ ἅμα ἐφαρμόζειν ἑκατέραν τήν τε ΑΒ καὶ τὴν ΒΓ. τοιαύτης δὴ γινομένης κινήσεως τεμοῦσιν ἀλλήλας ἐν τῇ φορᾷ αἱ ΒΓ, ΒΑ εὐθεῖαι κατά τι σημεῖον αἰεὶ συμμεθιστάμενον αὐταῖς, ὑφ' οὗ σημείου γράφεταί τις ἐν τῷ μεταξὺ τόπῳ τῶν τε ΒΑΔ εὐθειῶν καὶ τῆς ΒΕΔ περιφερείας γραμμὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοίλη, οἵα ἐστὶν ἡ ΒΖΗ, ἣ καὶ χρειώδης εἶναι δοκεῖ πρὸς τὸ τῷ δοθέντι κύκλῳ τετράγωνον ἴσον εὑρεῖν. τὸ δὲ ἀρχικὸν αὐτῆς σύμπτωμα τοιοῦτόν ἐστιν. ἥτις γὰρ ἂν διαχθῇ τυχοῦσα ⟨πρὸς τὴν περιφέρειαν, ὡς ἡ ΑΖΕ, ἔσται ὡς ὅλη ἡ⟩[1] περιφέρεια πρὸς τὴν ΕΔ, ἡ ΒΑ εὐθεῖα πρὸς τὴν ΖΘ· τοῦτο γὰρ ἐκ τῆς γενέσεως τῆς γραμμῆς φανερόν ἐστιν.

＜Pappus.Collection.**iv**30―32.ed. Hultsch 250. 33-258. 19＞

＜図 6＞



＜図７＞ヒッピアスの曲線

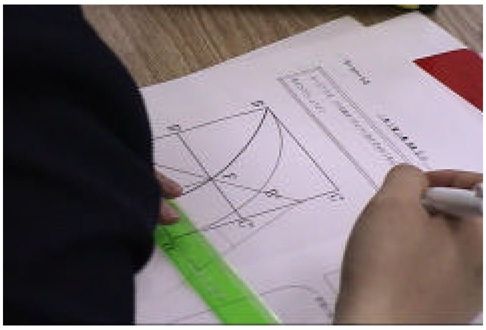
おらず、同じ時間に到着するとだけ書いてあるからである。

しかし、一定速度ではないとも書かれていない。つまり、この原典はパッポスによって書かれたものであるから、ヒッピス自身がどちらの考えで書いたのかは､分からないのである｡しかし､それぞれの線分が一定速度で動かないとすると、その性質を使って角の三等分はできないため、一定速度で動いたとして曲線の構造を説明し、図４を作成した。教師は、訳文を見せ、1 文ずつ文の読解とカブリによる説明を同時に行い、生徒にヒッピアスの曲線がどのようにして作ることができると考えられたのかを理解させた。

③　(グループ活動)

「ヒッピアスは、この曲線（ヒッピアスの曲線）をどのように使えば角を三等分できると考えたのでしょうか？」という問いを出し、カブリによって書かれたヒッピアスの曲線（図７）を使って、角の三等分をさせた（ワークシートに記述させる)。(4 人程度のグループになり、活動した。) しかし、見ているだけで手がつけられない生徒が多かったので、参考資料を見て、ヒッピアスの曲線はどのようにしてできているのかを、もう一度考えるように促した。徐々に手や道具を用いて曲線の構造を考える生徒が出てきた。グループを見回っていると、生徒からは､「時間が重要であること(分かったこと)、どやって速度はわかるのか（疑問点)、円なるかもしれない（実際にヒッピアスの線は、円の平方化にも用いられた)、比を使う｣などの意見が出てきた｡しかし､まだ見る視点が定まらない生徒もいたので､まず参考資料にかかれている角の

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（9）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.85-95、2002年3月



＜図８＞ヒッピアス曲線を用いた角の三等分

二等分の部分について考えるように促した。すると生徒からは「B'C'とヒッピアスの曲線の交点が三等分する点だ、ヒッピアスとの交点はわかったがどうすればいいのか、三等分にかかわる線分と円周における比の関係を使えばいい」などの考え方を持ち始めた。次回、グループ単位で発表してもらうことを述べる。

［3 時間目］三等分に取り組んだ人々と様々なアプローチ

①　ヒッピアスの曲線について復習・発表

＜図 9＞ヒッピアス曲線による角の三等分について話し合う生徒

前回のヒッピアスの曲線について、どう発表するかについてグループで話し合わせた。また、まだできていない班は、もう一度考えるように指示した。グループの中で、ヒッピアスの曲線について、原典の日本語の訳を見ながら考えていた班から、「この曲線は本当にかけるんですか？」という意見が出てきた。教師は、なぜ、そう思ったのかについて聞くと、生徒は「これ（線分を指して）が、一定に動くとは言っていない、また速度がわからないのにかけない」ということについて、原典の日本語訳と図を使いながら、なぜかけないと思ったのかについて、説明した。そこで、この生徒にはヒッピアスの批評をしたスポロスの批評のときに、考えたことを述べてもらうことにした。教師は、グループを指名し、前に出てどのようにヒッピアスの曲線を使って三等分ができるのかについて、説明させた。教師は、この班が考えた方法について復唱した。次に、この班の考え方と違う考え方をした班はいるか尋ね、もう一つの班に発表させた。他に、違う考え方をした班はいないか尋ねたところ、どの班も手を挙げなかった。

次に、ヒッピアスの曲線についてその曲線はできないのではないかと考えた人がいると告げ、先程の生徒に発表させた。そのとき、スポロスが批評をした文が書かれた資料を配布する。結局できないのかとつぶやく生徒がいたが、そうではないことを強調した。ヒッピアスの曲線について、原典ではパッポスが書いているため、ヒッピアス自身が線分のそれぞれが一定で動くと考えたのか、考えなかったのかについては実際のところわからないこと。また、理論上できると考えたことを述べた。教師は、何かを誰かが発表したらそれで終わりではなく、その考えに対して違う意見や間違っているのではないかという反論を

§２－５．ヒッピアスの曲線についての批評

スポロスの批評＞

第一に、構成が有用に思える結末は仮説において推測される。最初に直線 AB と円周 BEΔの比率が知られていない場合、B から動き始めて円周に沿ってΔに進む点と、直線に沿って Aに進む点の 2点の等しい時間で終点につくことは、どうすれば可能であるか。動く点の速度がこの比率であることが必要なのである。調整されない速度を使い，同時に終わる動きを作ることは、偶然に起こらない限りどのようにできたか。この不合理になるという失敗がどのようにできたか。一方，彼らが円の平方化に使用する曲線の先端（曲線が直線ＡΔを切る点）は見つけられない。前述により構成は考察される。ΓＢ，ＢＡがそれぞれの動きを一緒に終わらせるために動く直線であるときに、それらはＡΓと重なり，もはや互いを切らないだろう。実際の先端が交点だった。誰も言わない限り、私たちがＡΔまで直線をかくのと同じ方法で曲線はかかれると考えられる。しかし、これは仮定から続かない。単に円周対直線の比率を仮定することによって、点Ｈを見つけることができる。従って、この比率が与えられない場合，私たちは円積線を発見した人たちの権威に従って，その構成(より多くの構造の問題)を認めないように注意しなければならない。

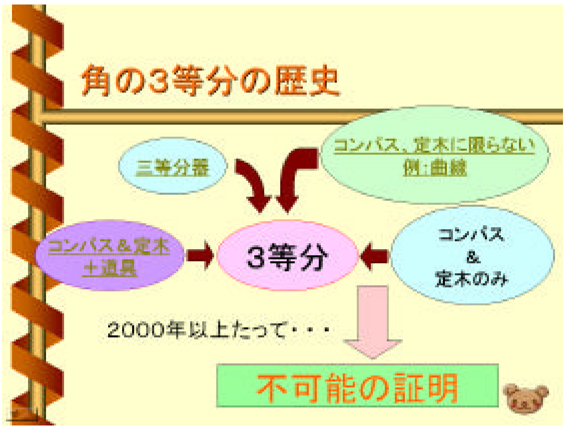
＜Greek　Mathematical　Works　Ⅰ
IVIOR　THOMAS　著　　大谷　訳＞

＜図 10＞

出すということが繰り返され、数学が作られていたこと、反論をしたり、違う視点から見て意見を述べることで、よりいいものができることを伝えた。

② 角の三等分に取り組んだ人々

ヒッピアスの曲線によって角の三等分ができるとされても、他のアプローチはないかと考え出した人々を紹介した。その中で、考えた時期は何百年と離れているが、それぞれの数学者が、同じ問題について考え、自分なりのアプローチを考え出していることを伝えた。例えば､曲線を考え出したり、既存の曲線によって考えたり、条件を変えて考えたり、道具を使ったりして考えたことである(図 11)。このような、角の三等分に対する人々の取り組みから、数学がどのようにして考えられ作られてきたのかということを生徒なりに解釈させ､理解させたかった。



＜図 11＞

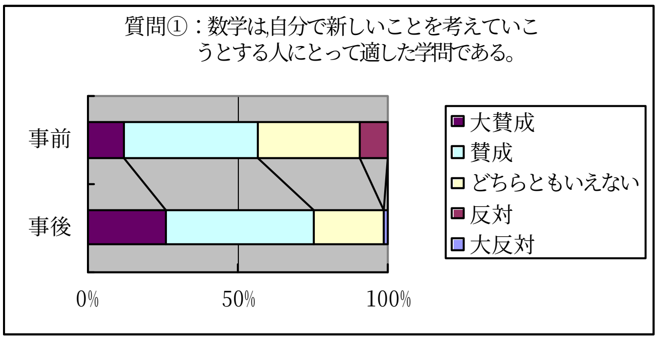
４．考察

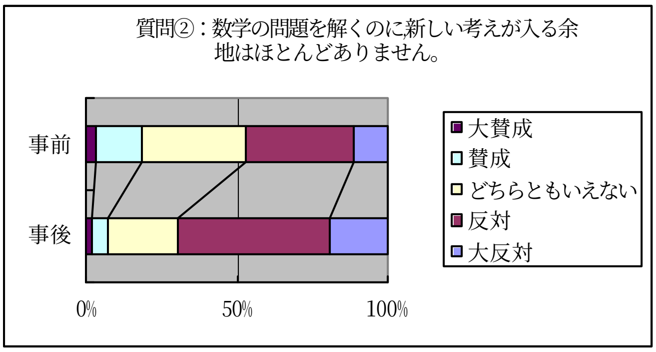
課題１：生徒は､数学が人間の文化的営みとして発展してきたものであると捉え、その形成過程を認識することができるか。また数学に対する自分なりの価値を見出せるか。

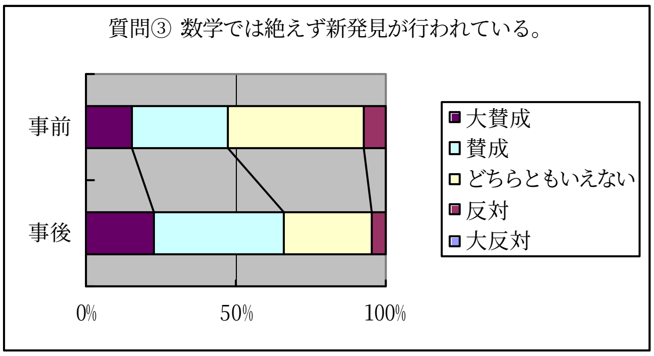
ある生徒は、授業の感想で「ヒッピアスや、他の人々が、いろいろなことを考えて、たくさんの発想が出てきて、とてもすごいと思いました。しかし、けっきょく、『不可能の証明』というのができてしまって、とっても残念です。角を３等分することなど考えたこともなかったけど、考えてみると数学って奥が深いんだなーって思いました。」と述べている。この生徒は、先人である古代ギリシアの人々の考え方やその方法に触れることで、古代ギリシア人に対して評価するだ

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（9）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.85-95、2002年3月

けでなく、その数学的アイディアに対しても素晴らしさを感じ評価している。また、簡単そうだが数学の授業ではきちんと考えられることもなかった角の三等分問題であるが、このたった一つの問題に対して、古代から様々な人が様々なアプローチで取り組んできたという数学の成り立ちを理解することで、数学とは奥が深いものだという自分なりの数学に対する価値の位置付けが行えたといえる。これは、アンケート項目①数学は、自分で新しいことを考えていこうとする人にとって適した学問であるでは、どちらともいえないから大賛成へ②数学の問題を解くのに、新しい考えが入る余地はほとんどありませんでは、賛成から反対へ③数学では、絶えず新発見が行われているでは、賛成から大賛成へと変化したことからも分かる。







また、ある生徒は「古代ギリシアの人がいろいろな問題を考えて 1 つずつ解決していったことが分かった。自分の考えが間違っていてもそれを利用して新しい考えを出すことができると思う。」と述べている。これは、先人たちが数学を積み上げてきた、つまり人の営みの中から数学が生まれてきたのだという解釈をしていると言える。さらに、数学自身においては、考え方が正しいと認められたから価値があるとか間違っているとされたから価値がないと言う視点ではないことを理解している。また、考え方が正しい正しくないに関わらず、考え出した成果は間違いなく次への有効な手立てとなるというように自分で考えることの価値を見出している。

次に、質問項目に対する全体のデータに注目したい。アンケート項目①数学は、自分で新しいことを考えていこうとする人にとって適した学問であるでは事前 3.59 が事後 3.98 と上昇し、項目②数学の問題を解くのに、新しい考えが入る余地はほとんどありませんでは事前 2.62 が事後 2．19 と低下した。さらに項目③数学では、絶えず新発見が行われているでは事前 3.48 が 3.79 へと上昇した。

以上のことから、課題１は果たせたといえる。

アンケートは、選択式に行いリカート尺度（５：大賛成、４：賛成、３：どちらともいえない、２：反対、１：大反対）を用いて調査した。項目ごとに、生

徒個人での変化や、生徒全体の平均数値の変化を比較し考察した。

課題２：生徒は、数学の形成過程に触れることで、発見する喜びを感じ、自らも発展的に考えていくことができるか。また活動を通して、数学的な見方や考え方の良さを認識できるか。

ある生徒は「二等分だけでなく三等分ができるなんてすごいと思いました。古代ギリシアの人たちは、定木とコンパスだけで、いろいろと難しいもんだいを解いて、また、いといろ考えて、いろいろな方向から問題が解けて、おもしろいと思いました。1 つの方法だけでなく、いろいろな方法で作図できて、楽しかったです。」と述べている。これは、古代ギリシア人たちの成果に活動を通して触れ、その考えを共有することで、様々な視点から問題を見て考えていくという発見する過程に対しておもしろさを感じている。また、数学とはどんな学問かという質問に対して事前では「いろいろと考えたり思いつくことが大切な学問」と答えているが、事後では「いろいろな考えで答えが出せて、おもしろい学問だと思いました。」と回答している。これは、大切という必要性を考慮した回答方法から、自分はどう思うかという情意面からの回答方法になっていることがわかる。この変化と合わせて考えると、数学がどんなものであるかという自分なりのイメージを持てたことで、数学的な活動自体を楽しみ、その中で使われる数学的な見方や考え方を楽しめていることが分かる。

またある生徒は「初めてやるような分野で、おもしろかった。古代ギリシアの人々は様々な方法を用いて角の三等分をしようとしていて、自分が考えつかないやり方ばかりだったのですごくおどろいた。私も、自分のやり方を考えてみたい。」と述べている。これは、古代ギリシア人たちの成果を、何千年も経った現代に生きる自分たちにとっても新鮮なものとして捉えていることが分かる。数学的な見方や考え方は、何千年も前のものだとしても、すたれることなく発展的に受け継がれていく様子を理解できたと言える。また、古代ギリシア人の数学や、考え出した論理を活動を通して体験し考えていく中で、発見するもしくは新しく知るということの喜びを感じている。その喜びを感じることで、数学的な良さを認識し、自分も発展的に考えていこうという姿勢が見られたといえる。

これらのことから、数学を必要性から学ぶだけでなく、発見するという喜びを感じることで、数学に対する興味関心を高めることができたといえる。よって、課題 2 は、果たせたといえる。

5．おわりに

平成 15 年度から実施される高等学校指導要領では、「数学基礎」が新しく導入される。この「数学基礎」は、情意面に重点を置いた目標が掲げられている。本研究では、その考えを元に角の三等分という 1 つの数学問題に取り組む中で、それに関わる数学的発見や数学者達の考え・取り組み、また成果に対する批評などに触れ、数学の形成過程としてだけでなく、人間の文化的営みとして数学史を活用する授業の提案を試みた。その結果、答えが出ても、他の方法で考える姿勢が

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究（9）
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.85-95、2002年3月

見えたり、本当にヒッピアスの曲線は存在するのかと考えたりする生徒が出てきた。これらのことより、今回の授業は生徒それぞれの考察する態度を養うことに、有用であると言える。正しい答えも必要だが、自ら考え、自分の意見を持つということが普段から行われていれば、間違いを恐れて発言を控えたり、正答を書き写して覚えて終わりにしてしまう態度にはならないだろう。今回、グループを見てまわる際には、疑問に思うことなどを聞くことができたが、前に出て発表してもらった生徒はそれほど多くない。発表し、討論する中でさらに考えが深まっていけるディベートのような方法の検証が課題となる。

謝辞

研究授業の実施に際して、私立茗溪学園の黒澤紀久先生、内窪洋子先生をはじめ、数学科の先生方には、貴重なご意見、ご協力をいただきました。深く御礼申し上げたいと思います。

註１　本研究は、筑波大学学内プロジェクト研究（助成研究Ｂ：研究者　礒田正美）「インターネット上の数学博物館の開発・評価研究」の一貫として行われた。

註２　授業の詳細、並びに資料は次に掲示している。
http://www.mathedu-jp.org

参考・引用文献

【1】吉田明史・飯高茂編著. 高等学校学習指導要領の展開　数学科編, 明治図書　pp20.
【2】Ivor Thomas(1939)「GREEK MATHEMATICAL WORKS　Ⅰ, Harvard University pp256-363.
【3】T.L.ヒース(1998). 復刻版ギリシア数学史Ⅰ, 共立出版.
【4】窪田忠彦著(5 版 1988). 初等幾何学作図問題, 内田老鶴圃.
【5】矢野健太郎著/市松信解説(1984). 角の三等分, 日本評論社.
【6】スチュアート・ホールディング著/岡部恒治監訳(1993). 数学を築いた天才たち上, 講談社.
【7】小倉金之助補訳. カジョリ初等数学史　古代・中世上, 共立出版.
【8】国立教育研究所紀要　第 126 集(1996). 小・中学生の算数・数学、理科の成績－第 3 回国際数学・理科教育調査国内中間報告書―国立教育研究所.
【9】国立教育研究所紀要　第 128 集(1998). 小学校の算数教育・理科教育の国際比較」－第 3 回国際数学・理科教育最終報告書―国立教育研究所.
【10】中村幸四郎(1981). 数学史―形成の立場から―, 共立出版　pp181-184.
【11】礒田正美(2001). 異文化体験からみた数学の文化的視野の覚醒に関する一考察―隠れた文化としての数学観の意識化と変容を求めて―, 筑波数学教育研究第 20 号.
【12】礒田正美(2002). 課題学習・選択学習・総合学習の教材開発～数学する心を育てる～, 明治図書.
【13】礒田正美(2001). 数学的活動論、その解釈学的展開―人間の営みを構成する数学教育学へのパースペクティブ, 第 34 回数学教育論文発表会論文集.
【14】沖田和美(1995). 学校数学における数学史を生かした指導に関する一考察, 平成 7 年筑波大学大学院教育研究科修士論文.