出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 ⑼
題名：数学史からみた音階形成史の教材開発-他教科との関連からの数学の文化的視野の覚醒-
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.226-237、2002年3月

“音階が作られるまでと数学”を題材にした教材の開発

―他教科との関連からの数学の文化的視野の覚醒―

筑波大学大学院修士課程教育研究科
佐藤暁子

要約
本稿は、数学指導に音楽と関連深い教材を導入することによって、生徒の数学観の変容に有効であるかどうかについて考察するものである。ここでは、現在音階を表すのに使われている平均律や基になっている音階を作ったピュタゴラス学派と数学のつながりを取り上げる。これらの事例の中で比例の考えが活用されてきたことを捉えることによって、生徒の数学観の変容を検討した。その結果、生徒は数学を身近なものと捉え、日常生活に潜んでいる可能性を認め、数学を学ぶ意義を再認識し有効であることが示された。

１．はじめに

平成 11年高等学校学習指導要領の各科目第 1節、数学基礎の目標にも「数学と人間のかかわりや社会生活において数学が果たしている役割について理解させ、数学に対する興味・関心を高めるとともに、数学的な見方や考え方のよさを認識し、数学を活用する態度を育てる。」とある。この目標内の「社会生活において数学が果たす役割」と「興味・関心」の 2点に筆者は注目した。

他教科とのつながりを考えた教材は数多く存在する。しかし、現代での教科間のつながりという視点はあっても数学の考え方が活かされている歴史的事例を題材にしたものは少ない。ＩＥＡ（国際教育到達度評価学会）の第三回国際数学・理科教育調査の報告(1999 年)によると、理数離れの進行があることが伺える。しかし、数学が人間の営みの中で活かされてきたことを学ぶ中で、もっと身近に感じ数学を学

ぶ意義を確かめてほしいという思いがある。そこで、数学が使われていた当時の社会生活を知る上で、礒田(2001)の「その解釈、吟味の対象にできるのは、真正の歴史資料である一次文献、そしてその時代の道具である」という立場から、一次文献の解釈により吟味していくことのできる教材を開発した。なお、本事例では古代ギリシア数学と音楽のつながりから現代の楽器に生きる数学までをまとめて教材化した「History of Mathematics Education」第 8 章.4.2**b** .Music scales の事例を参考にした。

このような立場から、数学が生徒の身近なところで活かされている歴史的事実を追体験することが有効か否か、またそこから数学を学ぶ価値を見出すことができるか否かを明らかにしていった。その上で、このような教材が生徒の数学観を変容させるのに有効かどうか明らかにしていった。

２．研究目的・研究方法

研究目的：

礒田(2001)の立場から、音楽史の中で数学が活かされてきた事実を、一次文献の解釈を通して追体験をすることにより、生徒は数学が日常生活と密接に関連していることを捉えられるか否か、またそこから数学を学ぶ価値を見出すことができるか否かを明らかにする。

研究方法：

上記の目的を達成するために、以下の課題を設定し、事前事後アンケート、授業テキストと授業を記録したビデオに基づき考察する。

課題１：生徒が数学の考え方が日常生活に活かされていることを感じ取れるか

課題２：課題１によって数学を学ぶ価値を見出せるか。

３．授業概要

３－１　教材の開発

実際に授業では、ピュタゴラス学派の音楽に対する考え方や平均律が作られていく過程の理解を図るために、できる限り原典を用いた。まず、ピュタゴラス学派の逸話については、ボエティウス著「音楽教程」および T. L ヒース著（ 1978、平田寛　大沼正則　菊池俊彦訳)「復刻版　ギリシア数学史」を、ギリシア時代の音の調和についてはアリストテレス著（1968、戸塚七郎訳)「問題集」を用いた。また、平均律に関しては Giogeffo Zarlino 著「Le Harmonic　Institutio」に載せてある図を、その中で使われていた器械

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 (9)
題名：数学史からみた音階形成史の教材開発-他教科との関連からの数学の文化的視野の覚醒-
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.226-237、2002年3月

MESOLABIOについての理解を図るためにThomas　Ivor著「Selections, illustrating the History of Greek Mathematics　Vol.1」を用いた。

〈原典利用の解説〉

ボエティウス著「音楽教程」

5世紀に音の調和の概念を解明することを目的として書かれた。古代ギリシアの音楽論をラテン語に訳しボエティウスなりにまとめたものである。そして、最初の4巻では2世紀初頭のギリシアの学者ニコマコスの著作を通し、数比例論を中心としたピュタゴラス学派の理論を要約したと伝えられている。授業では第1巻10章の和訳を用いた。

アリストテレス著「問題集」

健康や栄養、音楽のことなど、世間で話題に取り上げられそうなことを命題の形式で書き、それを解説している。授業では音楽について書かれている第3章を用いた。

Giogeffo Zarlino著「Le Harmonic　Institutio」

16世紀に書かれた音楽の理論書。音の協和について詳細に述べられている。授業では第3章の図を用いた。

Thomas　Ivor著「Selections, illustrating the History of Greek Mathematics　Vol.1」

ギリシア数学に関連した著作集である。授業では、ギリシアの三大作図問題の一つ立方体の倍積問題について記述された箇所を取り上げ、その解決に使われた器械MESOLABIOの仕組みと比の現れを追った。

３－２　授業環境

対象：国立大学附属高等学校　第2学年　5名（選択教科「国際」履修者）

※選択クラスのため、数学の履修状況に差異あり。

実施日時：第1･2時間目　11月17日（土）、第3･4時間目　12月1日（土）

準備：コンピュータ（windows）、作図ツール(Cabri　Geometry)、マンドリン（A弦3本だけ張ったもの）、Microsoft　Power Point、ビデオプロジェクター、事前事後アンケート、ワークシート、授業資料、ビデオテープ

３－３　授業展開

指導目標：音階が作られている過程において、比例が活用されている営みから数学の考えそのものが日常生活に活かされていることを感じ取らせる。

授業前に数学観の変容を見るためのアンケートをとった。

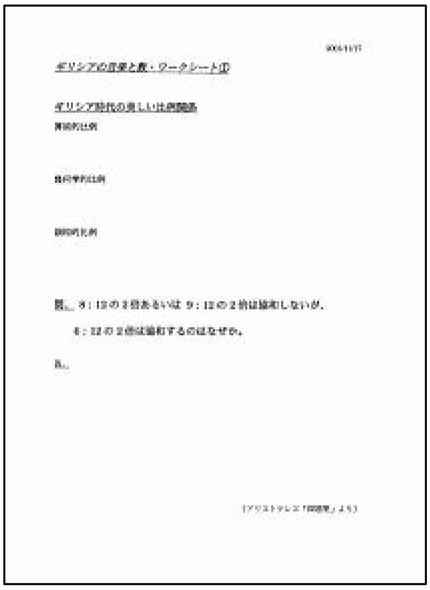
1時間目

ピュタゴラスが音の調和を発見した逸話から、ギリシア時代の音楽と数に対する考え方を追体験させる。

ギリシア時代の人々の暮らしを想像しやすいよう、ギリシアの遺跡で当時の生活を再現したビデオを見せた。ここで、ギリシア時代でもピュタゴラスの活躍した紀元前5世紀の部分だけを見せることにする。

§２．ギリシャ時代の美しい比例関係
ピュタゴラスの時代には三つの比例，すなわち算術的比例と幾何学的比例，調和的比例とがあったといわれる。3項があって，第１項の第２項より超える量が第２項の第３項より超える量と同一であるとき，算術的比例が存在する。また，第１項と第２項の比が第２項と第３項の比に斉しいとき幾何的比例が存在する。われわれが調和的比例と呼んでいるものは，3項があって，第１項が第２項より第１項の幾分の１かだけ超え，第２項が第３項より第３項の同数分の１だけ超えるとき，存在する。

(授業資料より)


ギリシアの音楽と数・ワークシート①

ギリシア時代の美しい比例関係

算術的比例

幾何学的比例

調和的比例

次に、ボエティウス著「音楽教程」（以下、原典①とする）の和訳中のピュタゴラスの逸話をパワーポイントによって紹介し、ハンマーの重さの比が 6：9：12, 6：8：12のとき，打つ音は協和することを見つけた過程を追わせた。また、当時ギリシアできれいだとされた「3 つの数の比例関係」のうち代表的なものを 3つ取り上げ、数と音の調和の関係について探っていった。

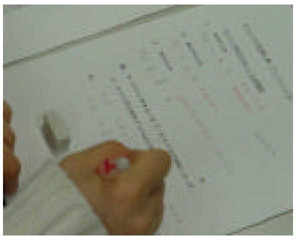
3つの比例関係とは、算術的（等差）・幾何的（等比）・調和的比例の３つである。これら3つの数の関係を把握しやすくするために、T.L.ヒース著（1978、平田寛　大沼正則　菊池俊彦訳）「復刻版　ギリシア数学史」（以下、原典②とする）から解釈させ、ワークシートに書かせた。（図①）その際、文字を用いて代数的に表現する生徒と、具体的な数の例を見つける生徒が見られた。なお、解説の際は、パワーポイントを効果的に用いたり、具体的な数の例を用いたりして理解しやすいように配慮した。

ピュタゴラス学派がどのように物事を捉えていたのかを感じ取らせるため、著物から以下の三点にまとめ説明した。

①数が万物の根本原理であり、原形であり万物は数の関係に従って秩序ある宇宙を作る。

②感覚・知覚の弱さのために、我々は心理を判別できない。

③実際認識されるものはすべて数をもつ。なぜなら、数というものなくしては何一つ心で把握することも認識することもで不可能だからである



図①

つまり、彼らはすべてのものを数で捉えようとしていたことを説明し

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 (9)
題名：数学史からみた音階形成史の教材開発－他教科との関連からの数学の文化的視野の覚醒－
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.226-237、2002年3月

た。その上で、重さの比がきれいな3つの比例関係にあるとき、ハンマーの音もきれいに協和することを発見した。

また、ピュタゴラスは、このことがハンマーの重さだけでなく、音楽すべてにおいて適用できるのではないかと考え、弦の長さの比を考察していったことを紹介し、次時に期待を持たせた。

2時間目

きれいに響く3つの音は、弦の長さの比が調和的・算術的・幾何的比例の関係にあることを体験する。

パワーポイントを使用して1時間目の復習をした。このとき、前時とのつながりを考え、以下の2点について生徒に把握させるよう留意した。

① ギリシア時代のピュタゴラス学派はすべてのものを数によって捉えようとしていたこと。

② ハンマーの重さの比が美しい比例関係、、すなわち 6：8：12 または 6：9：12 のとき、その打つ音は協和すること

これらを踏まえてピュタゴラスは、弦の長さの比がきれいな数の比（つまり、ここでは、6：8：12、6：9：12）で表されるとき、奏でる音もきれいに調和するのではないかと考察を進めていったことを原典①の解釈により読み取らせた。

写真②

写真③

写真④

実際に弦楽器（マンドリン）を用いて実験させた。なお、ここでは同じ太さの弦を3本だけ張っておく。

〈生徒の活動の記録〉

1. 前述の長さの比をとるため、どの長さの比を基準の長さ、つまり“6”の長さにとるか意見を出し合　った。（写真②）楽器のしくみを考察した結果、最長の長さを開放弦(指で押さえない状態)にとることを決めた。
2. 1で決めた長さを測り、比のほかの長さを計算によって算出した。ここで、この長さの弦をとるには指でフレット（指板）をおさえ、はじくほうの長さを短くすればよいことに気づいた。（写真③）
3. 上のようにして求めた3つの長さになるよう弦を指で押さえ、弦を弾いた。（写真④）音の高さの違いに気づかせるため大きな音がでるようピックによって弦を弾くよう助言した。
4. 弾いた音がきれいに響いているか、耳をそばだて

て聞き取ろうとする。（写真⑤）ところが、うまく弾けず生徒は和音として聞き取れなかった。


写真⑤

5． 試行錯誤の末、弦を弾いていた生徒が次のことに気づいた。（長さの比を 6：8：12 にとったとき）

生徒 A：「ドソドに聞こえる！」

生徒 B～E：「えっ？ド？」

「踏み切りの音にしか聞こえないよ」

生徒 A：（弦を弾きながら）「聞こえない？」

生徒 B～E：「言われてみれば・・・」

「あ、ほんとだ！」


写真⑥

（生徒 A はエレクトーンを習っていた経験あり）

生徒 A には現代的な和音として聞き取れたようであった。

同時に、6：12 の比にとった長さの弦はオクターブの関係にある[1]ことも合わせて見つけた。同様に弦の長さの比を 6：9：12 に取ったとき奏でた音の響きが、現代の音で「ドラド」であることに気づいた。

ここで、生徒 A は弦の長さと音の高さの幅（度数）に、関係があるのではないかと予想し、それらを明らかにするよう指折り音名を辿っていった。（写真⑥）そして、生徒たちは、原典①（前掲）の記述と同様に、長さが２：１のときは 8 度（オクターブ）、３：２のときは 5 度（低いドとソの関係）、４：３のときは 4 度（低いドとラの関係）であることを発見した。


写真⑦

問.
8：12 の 2 倍、あるいは 9：12 の 2 倍は調和しないが、8：12 の 2 倍は調和するのはなぜか。

図③

この実験を活かし、アリストテレス著「問題集」第 2 章“音楽について”（以下、原典③とする）にある問の解釈を行った。（図③、写真⑦）ただし、生徒にとって原典③中の“8:12 の 2 倍”[2]という表現の解釈が困難であることが伺えたため、1つ目の問のみヒントを与えた。

---

[1] 6の弦に対し、12 の弦は 1 オクターブ高い音を奏でる。説明の際、音楽の話に立ち入り過ぎないよう留意した。

[2] “2 倍”とは比を 2 回取ることであり、“8:12 の 2 倍”とは、基準とする量１に対し、その比の値の二乗をかける、すなわち 1×8/12×8/12＝4/9 をとることである。

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 (9)
題名：数学史からみた音階形成史の教材開発-他教科との関連からの数学の文化的視野の覚醒-
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.226-237、2002年3月

これをワークシート上で考察させ、さらにギリシア時代の3つの比例関係（算術的・幾何的・調和的比例）に該当するかどうかも検討させた。ここでは、もとにする長さを1とし、ながさをまず分数の比によって表現しているが、分母の最小公倍数を乗じることにより、整数の比として見直すよう補足説明した。そして、パワーポイントによって著者の解釈を示した。

以上の活動により、長さの比が当時美しいとされた３つの比例関係にある3本の弦は、協和音を奏でることを体験として会得させた。

また、授業の最後には授業後の感想を書いてもらった。

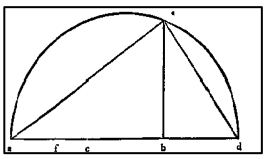
3時間目

新しい音階の歴史と、比例中項の考えを利用して現在の音階が考え出されたことを知る。

パワーポイントを利用して、1･2時間目の復習をした。ここで生徒に音の響きを聞く中で数比例の関係を見出したことを印象付けるため、以下の４点を確認した。

1. ピュタゴラス学派では「万物の根源はすべて数である」と考えられていたこと
2. ハンマーの重さの比が６：８：１２または６：９：１２のとき打つ音は協和すること
3. ギリシア時代には、算術的・幾何的・調和的比例という３つの美しい比例関係があったこと
4. きれいに響き合うハンマーや弦では、それぞれ重さや長さの比が３つの比例関係（算術的・幾何的・調和的比例）で表されること

自然現象から見出した協和の関係[3]を活かして、ピュタゴラス学派は音階（ピュタゴラス音階）を作ったことを知らせる。ただし、ここでは、現在使用されている音階（平均律）の形成過程を追うことに重点を置くため、詳細には立ち入らないようにした。また、今から1500年以上も前に作られたピュタゴラス音階が長い間使われていたが、14世紀の教会音楽の発達に伴って、複雑な和音を奏でる必要に迫られて、新しい音階が作られるようになったことを授業資料の略史で追った。このとき、試行錯誤の積み重ねにより、現在も使われている平均律が作られていったことを感じ取らせた。ギリシア以降も、長さが調和的・算術的・幾何的比例の関係にある音を基にして音階が考えられていたことを教材から読み取ら



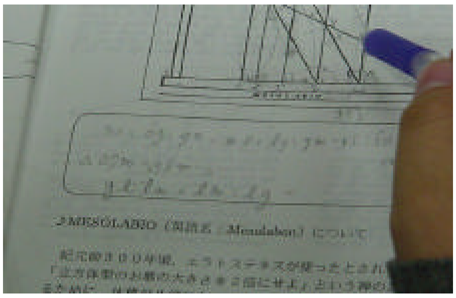
図⑤

[3]音階を作るのに活かされたのは、弦の長さの比が３：２のとき、5度の響きの異なる音が生じる関係である。

せる。また、その音階が長い間使われていていたが、14 世紀の教会音楽の発達に伴って新しい音階を作られるようになったことを略史で追う。また、新しい音階は、従来の音階が自然な音の響きに着目したのに対し、1 オクターブを機械的に等分して音程を決めていくものであり、「隣り合う二つの音を奏でる弦の長さの比が一定」になるように取ることを授業資料によって伝えた。なお、このことは言葉では伝わりにくいため、次のような式を用いて理解を図った。

1 オクターブ中で低い音を奏でる弦の長さから順に a,b,c……k,l とすると

2：a=a：b=b：c=……=k：l=l：1 と表せる。



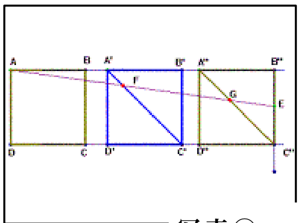
写真⑧

つまり、これらの長さを求めるには、上式の 12 個の比例中項を求めればよいことを説明した[4]。これを累乗根が存在しなかった 16 世紀当時、幾何的方法により長さを求めようとした人がいることを紹介した。彼の名は、16 世紀のイタリア人 Giogeffo Zarlino。その著物「Le Institutioni Harmoniche」(以下、原典④とする)の図を利用し(図⑤)比例中項がどこに現れるか予想させ、なぜ比例中項になるのかその理由についても考えさせた。さらに、Zarlino が 12 個の比例中項を幾何的に表現する際に用いた「MESOLABIO」の図において、比例中項がどこに現れるのかを予想させ、次時に期待を持たせせた。(写真⑧)

4 時間目

写真⑦

平均律を生み出す際に比例中項がどのように活かされていたかを **Zarlino**、の原典を解釈し、現在使われている音階や弦楽器の構造にも比例の考えが使われていることを知って数学が身近に感じられるようにする。



写真⑧

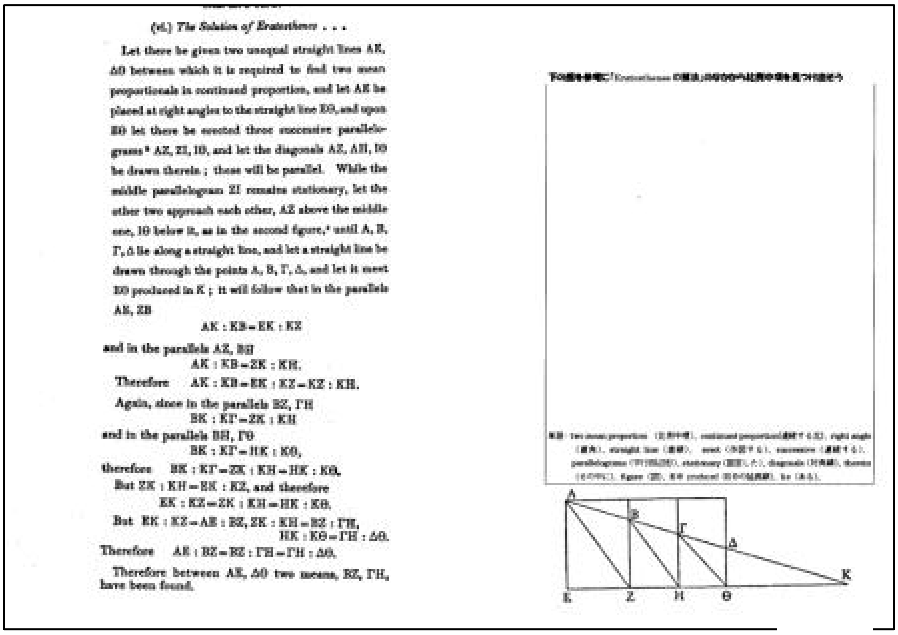
前時の最後に予想したことを発表させる。そして、「MESOLABIO」がいつ使われたものであるか、またどのような動きなのかを Cabri GeometryⅡやイタリアの歴史博物館のホームページ[5]を利用して理解させるようにした。このとき、実際にパソコン上でホームページ中の図形(写真⑦⑧)を見たり操作させたりした。その上で、Thomas Ivor 著「Selections, illustrating the History of Greek Mathematics Vol.1」(以下、原典⑤とする)の中

4 ここで、比例中項とは a：b=b：c の関係にあるときの b であることを補足した。

5 http://www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/141sch.htm

出典：中学校・高等学校数学科教育課程開発に関する研究 ⑼
題名：数学史からみた音階形成史の教材開発－他教科との関連からの数学の文化的視野の覚醒－
発行：筑波大学数学教育学研究室、pp.226－237、2002年3月

に、比例中項が現れることの代数的な証明を解釈させた。


(vi.) *The Solution of Eratosthenes* . . .

Let there be given two unequal straight lines AE, ΔΘ between which it is required to find two mean proportionals in continued proportion, and let AE be placed at right angles to the straight line EΘ, and upon EΘ let there be erected three successive parallelograms AZ, ZI, IΘ, and let the diagonals AZ, ΛH, IΘ be drawn therein ; these will be parallel. While the middle parallelogram ZI remains stationary, let the other two approach each other, AZ above the middle one, IΘ below it, as in the second figure, until A, B, Γ, Δ lie along a straight line, and let a straight line be drawn through the points A, B, Γ, Δ, and let it meet EΘ produced in K ; it will follow that in the parallels AE, ZB

AK : KB = EK : KZ

and in the parallels AZ, BH

AK : KB = ZK : KH.

Therefore AK : KB = EK : KZ = KZ : KH.

Again, since in the parallels BZ, ΓH

BK : KΓ = ZK : KH

and in the parallels BH, ΓΘ

BK : KΓ = HK : KΘ,

therefore BK : KΓ = ZK : KH = HK : KΘ.

But ZK : KH = EK : KZ, and therefore

EK : KZ = ZK : KH = HK : KΘ.

But EK : KZ = AE : BZ, ZK : KH = BZ : ΓH, HK : KΘ = ΓH : ΔΘ.

Therefore AE : BZ = BZ : ΓH = ΓH : ΔΘ.

Therefore between AE, ΔΘ two means, BZ, ΓH, have been found.

図⑦

ここでは、自力で解釈できるように、数学の専門用語のみ和訳をワークシート（図⑦）に載せたり、平行線の性質について補足説明したりして配慮した。そして、口頭で、この考え方を活かして音階が作られていったことを紹介し、興味のある人はその続きを調べてみるよう提案し終えた。

また授業終了後、数学観の変容を見るために、事後アンケートと感想を書いてもらった。

４．結果・考察

今回の研究の課題は、「音楽史を利用した数学史教材を解釈・追体験することにより、生徒は数学が日常生活と密接に関連していることを捉えられ数学観が変容するか。またそこから数学を学ぶ価値を見出すことができるかどうかを明らかにする」であった。このことは、事前事後アンケートから読み取れる。

課題１：生徒は、数学が日常の身近なところで関連していていることを捉え、数学観が変容するか。

事前アンケートにおいても、数学と他教科の結びつきを取り上げている生徒は多かった。その科目とは

生徒Ａ：政治経済　現代社会　日本史　 地理　世界史　英語

生徒Ｂ：物理　化学　生物　体育

生徒Ｃ：物理

生徒Ｄ：物理

生徒Ｅ：化学　物理　生物　　（すべて事前アンケートより。生徒の記述をそのまま抜粋）

である。しかし、上記の授業場面を想起してみると、データや数値の処理をする際に「計算手段として」数学を用いていると考えられる。つまり、数学

の考え方自体を用いているものはないと考えているようである。

ところが、事後アンケートや、授業中の感想には次のようなものがあった。

生徒Ａ :音楽と数学が結びついているとは思わなかった。主に理系科目だけにつながっていると思っていたのでちょっと身近に感じた。音楽と結びついていることにすごく驚きました。音楽は好きなのに・・・ 涙）

生徒Ｂ :数学は身近だと思うようになりました。(前からかしらん？）

生徒Ｃ :音楽と数学が結びついていることは意外でとても驚いた。かなり好きな音楽と大嫌いな数学が結びついているとは何か変なカンジ。でも、日常に数学があるのかもしれないとも思ってきた。

事後アンケートより。下線は筆者が引いた）

これらの記述から生徒たちは今まで、数学を自分とは疎遠な学問だと感じていたが授業でこのような話題に触れることにより身近に感じられるようになったと考えられる。多くの生徒は、このような音楽と数学の意外な結びつきに戸惑いを隠せないようであった。

特に、生徒Ｃにおいては、この記述から身近なところに数学が潜んでいる可能性を認めていると考察できる。つまり、「計算手段」としての数学から、考えそのものが構造に活用されているという、原理として他教科に生かされている数学へと数学観を変容させることもできたと考察することができる。

課題２：課題１によって数学を学ぶ価値を見出せるか。

授業後の感想には以下のようなものがあった。

生徒 B： いろいろな学問に必要ナンダナァ。右脳系と左脳系で数学が音楽にも結びついていると知ってびっくりした。数学ってやっぱり必要なのかもと思うようになった。

生徒 D： とても楽しかったです。 (^^)ただ計算だけではないんだなと実感しました。昔の人たちはすごいなーと思いました!

授業前生徒は、数学は理系科目にのみ計算手段として活用されるものだと思っていたことが伺える。ところが日常生活に潜む数学の歴史的事実を教材に用いて、生徒自身に体験させることを重視したため、計算を使わない文系科目にも考え方が活用されていること、また先人たちの知恵を認めたうえで数学を学ぶ必要性を感じられるようになったと考察してよいだろう。

5. おわりに

この研究では、音楽史を利用した数学史教材を解釈・追体験することにより、①生徒は数学が日常生活と密接に関連していることを捉えられ数学観が変容するか②またそこから数学を学ぶ価値を見出すことができるか否かを考えてきた。礒田(2002)もいっているように、「数学観は、身体のごとく成長するものではなく、経験によって変容するものである。我々の

役割は、生徒の心を育てるべく、その経験を我々の信ずる数学の文化体験という形で実現していくことにある。求められるべきことは、我々自身が数学的活動をすることであり、その活動を生徒自身が自らの文化的営みとして実践できるように展開することである。その際、我々の狙いは、生徒が既習を生かしつつこれまでにない未知の、新たな体験をすることであり、生徒が振り返って、体験を通じて進化した自分とそれまでの自分を対比して、自らの学びのよささとさらなる発展、成長への抱負を教訓（よさ）として語れることにある」。このように、身近な事象と数学の結びつきを体験することにより数学観を変容させた生徒は、数学を学ぶ価値も見出すことができるとわかった。

しかし、授業者の力量不足のせいか、次のような生徒の記述も見られた。

生徒Ｅ：どんなにこのようなことを考え出したとしてもすごいとは思えませんでした。興味関心が私にはないのです。

この生徒は、数学的に解釈させる活動に移った時点で嫌悪感を授業者に示していた。また、授業中の対話から数学にも音楽にも苦手意識を抱いていることが判明した。このように尋常でない「数学アレルギー」を持っている生徒は多く見られる。このような生徒も、嫌悪感を乗り越えて興味を抱けるような話題があれば、数学観を変容させる可能性はある。今後、音楽に限らず、一人でも多くの生徒が興味を抱けるような多様な話題を見つけるとともに、より多くの実践例を開発していく必要があると思う。

謝辞

研究授業の実施に際して、御茶ノ水大学附属高等学校の室岡和彦先生には、貴重なご意見、ご協力をいただきました。厚く御礼申し上げます。

注１）　本研究は、筑波大学学内プロジェクト研究（助成研究Ｂ：研究代表者　礒田正美）「インターネット上の数学博物館の開発・評価研究」の一貫として行われた。

注２）　授業の詳細、並びに資料は次に掲示している。http://www.mathedu-jp.org

参考・引用文献

【1】 文部省　「高等学校学習指導要領解説　数学編理数編」平成 11 年 12 月

【2】 瀬沼花子「第 16 回教育研究公開シンポジウム『算数数学の結果から』」国立教育研究所

【3】 礒田正美（2001)「数学的活動論、その解釈学的展開；人間の営みを構想する数学教育学へのパースペクティブ」第 34 回日本数学教育学会論文発表会論文集、

pp.223-228

【4】 礒田正美・土田知之（2001)「異文化体験を通じての数学の文化的視野の覚醒；数学的活動の新たなパースペクティブ」第 25 回日本科学教育学会年会論文集、pp.497-498

【5】 礒田正美編（2002)「課題学習・選択数学・総合学習の教材開発～数学する心を育てる」明治図書出版

【6】 山本光男訳編(1976)「初期ギリシア哲学者断片集」岩波書店

【7】 アルパットサボー（1978、中村幸四郎　中村清　村田全訳)「ギリシア数学の始原」玉川大学出版部

【8】 T.L.ヒース（1978、平田寛　大沼正則　菊池俊彦訳)「復刻版　ギリシア数学史」共立出版

【9】 アリストテレス（1968、戸塚七郎訳)「問題集」岩波書店

【10】 大蔵康義(1999)「音と音楽の基礎知識」国書刊行会

【11】 F.V.ハント（1984、平松幸三訳)「音の科学文化史：ピュタゴラスからニュートンまで」海青社

【12】 Giogeffo Zarlino（1558)「Le Institutioni Harmoniche」

【13】 平凡社編集部(1998)「音楽大辞典」平凡社

【14】 教授資料編集部編「新世界史教授資料『世界史』山川出版、1984

【15】 クルトザックス著（1970、皆川達夫／柿木吾郎共訳)「音楽の起源」音楽之友社

【16】 ジェームス・マッキノン編（1996、上尾信也監訳)「西洋音楽の曙」音楽之友社

【17】 D.J.グラウド／C.V.パリスカ著（1998、戸田幸策／津上英輔／寺西基之共訳)「グラウド／パリスカ新西洋音楽史」音楽之友社

【18】 ボエティウス著(1989､Friedlein 訳)「De institutione musica」Yale University Press

【19】 Michel Rodriguez（2000) Historical support for particular subject 「History of Mathematics Education」 §8.4.2.b " Music scales", John Fauvel and Jan van Maanen, The ICMI Study

参考 VTR

【20】 TBS「新世界紀行　失われた文明編～謎のエーゲ海：アトランティス幻想～」TBS パックインビデオ

参考 URL

【21】 http://www.museo.unimo.it/theatrum/macchine/141sch.html