

## ギリシャの数学者たち

- ・ **ターレス**(紀元前約 624 ~ 547)

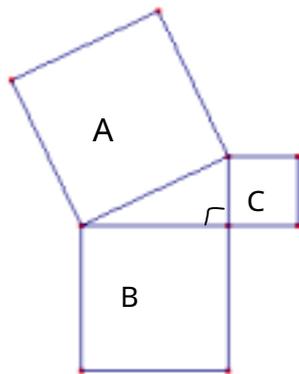
ピラミッドの高さを測ったといわれる。  
「二等辺三角形の底角が等しい」ことを証明した。



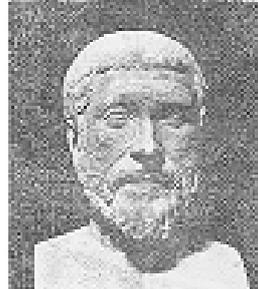
ターレス

- ・ **ピタゴラス**(紀元前 572 年誕生)

「ピタゴラスの定理」で有名。



【ピタゴラスの定理】とは？  
直角三角形についてAという正方形の面積は、Bという正方形の面積とCという正方形の面積の和に等しい。



ピタゴラス

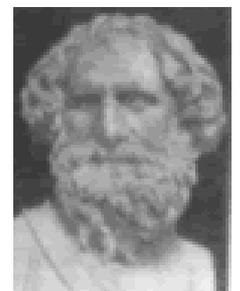
- ・ **ユークリッド**(紀元前 300 年ごろ)

幾何学(図形を扱う数学)における様々な命題を扱った本「原論」をまとめた。この本は全部で13巻ある。

- ・ **アルキメデス**(紀元前 287? ~ 212)

「球と円柱について」、「円の計量」、「らせんについて」などの著作がある。  
「浮力の原理」を発見したとき、裸で町中を走り回ったという逸話がある。

アルキメデス



- ・ **アポロニオス**(紀元前 262 ~ 190)

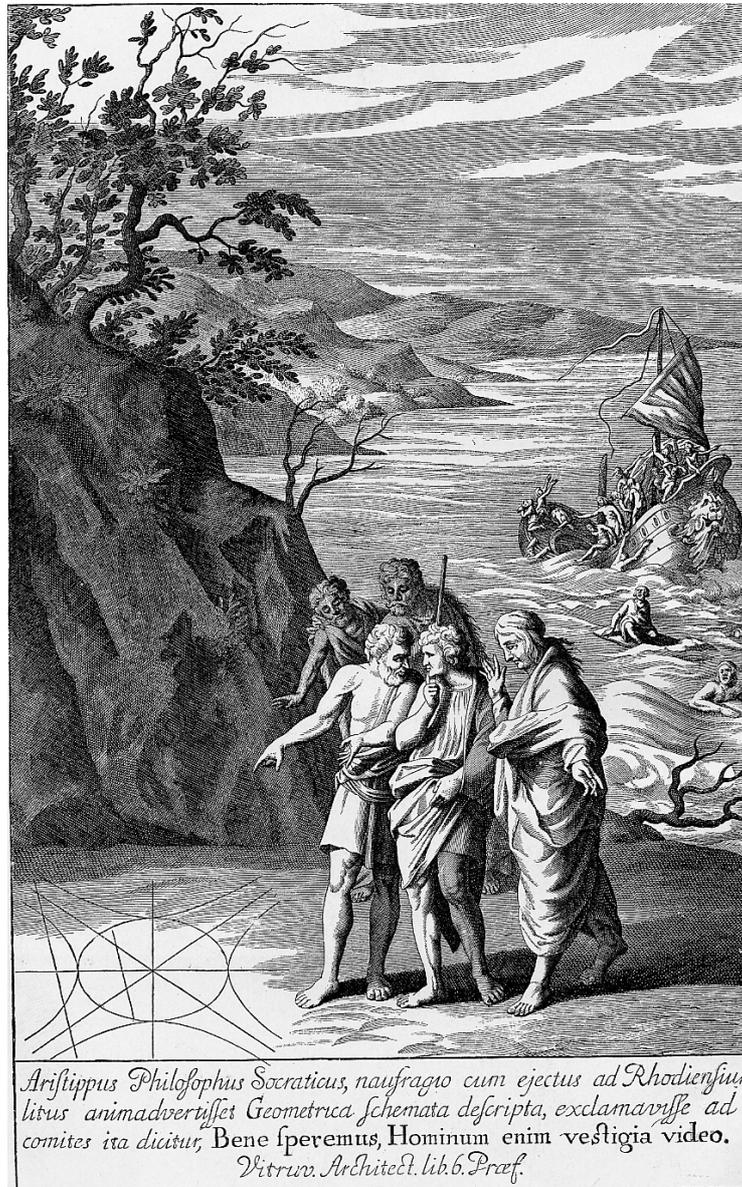
著作としては「円錐(えんすい)曲線論」などがある。

- ・ **ディオファントス**(250 年ごろ)

この人たち以外にもたくさんいました。

## ギリシャ人の数学とは？

下にあるのはアポロニオスの「円錐曲線論」にある挿絵です。



この絵は座礁した船と3人のギリシャ時代の哲学者を描いたものです。彼らは見知らぬ土地ではあるけれども、無事上陸に成功しました。そして、そのうちの一人が『我々は恐れる必要はない』と叫んだそうです。

さてここで問題です。彼はなぜそのようなことを叫んだのでしょうか？

あなたの思ったことを書いてみよう。

# 方程式を解いてみよう

2年 組 氏名

「ある2つの数について、それらの和が20、それぞれの平方(2乗)の和が208であるとき、それら2数を求める。」  
という問題を、当時のギリシャ人になったつもりで図形を用いて解いてみよう。

(注意 xやyなどの文字を使ったり、 や を使ったりしてはいけません。)

あなたの答え

## ユークリッドの「原論」

下にあるのは、ユークリッドの「原論」の日本語訳です。ユークリッドはこんなことを考えていたわけです。

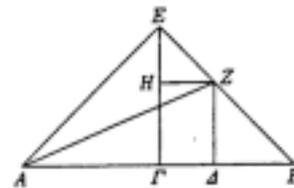
### 【第2巻 命題9】

9

もし線分が相等および不等な部分に分けられるならば、不等な部分の上の正方形の和はもとの線分の半分の上の正方形と二つの区分点の間の線分上の正方形との和の2倍である。

線分  $AB$  が  $\Gamma$  において等しい部分に、 $d$  において不等な部分に分けられたとせよ。 $Ad$ ,  $dB$  上の正方形の和は  $A\Gamma$ ,  $\Gamma d$  上の正方形の和の2倍であると主張する。

$\Gamma$  から  $AB$  に直角に  $\Gamma E$  がひかれ、 $\Gamma E$  が  $A\Gamma$ ,  $\Gamma B$  の双方に等しくされ、 $EA$ ,  $EB$  が結ばれ、 $d$  を通り  $E\Gamma$  に平行に  $dZ$  がひかれ、 $Z$  を通り  $AB$  に平行に  $ZH$  がひかれ、 $AZ$  が結ばれたとせよ。そうすれば  $A\Gamma$  は  $\Gamma E$  に等しいから、角  $EAF$  は角  $AET$  に等しい。そして  $\Gamma$  における角は直角であるから、残りの角  $EAF$ ,  $AET$  の和は直角である。しかもそれらは等しい。それゆえ角  $\Gamma EA$ ,  $\Gamma AE$  の双方は直角の半分である。同じ理由で角  $\Gamma EB$ ,  $EB\Gamma$  の双方も直角の半分である。ゆえに角  $AEB$  全体は直角である。そして角  $HEZ$  は直角の半分であり、角  $EHZ$  は内対角  $E\Gamma B$  に等しいため直角であるから、残りの角  $EZH$  は直角の半分である。したがって角  $HEZ$  は  $EZH$  に等しい。ゆえに辺  $EH$  も  $HZ$  に等しい。また  $B$  における角は直角の半分であり、角  $ZJB$  は内対角  $E\Gamma B$  に等しいため直角であるから、残りの角  $BZd$  は直角の半分である。それゆえ  $B$  における角は角  $dZB$  に等しい。ゆえに辺  $Zd$  も辺  $dB$  に等しい。そして  $A\Gamma$  は  $\Gamma E$  に等しいから、 $A\Gamma$  上の正方形も  $\Gamma E$  上の正方形に等しい。したがって  $A\Gamma$ ,  $\Gamma E$  上の正方形の和は  $A\Gamma$  上の正方形の2倍である。ところが角  $A\Gamma E$  は直角であるから、 $EA$  上の正方形は  $A\Gamma$ ,  $\Gamma E$  上の正方形の和に等しい。それゆえ  $EA$  上の正方形は  $A\Gamma$  上の正方形の2倍である。また  $EH$  は  $HZ$  に等しいから、 $EH$  上の正方形も  $HZ$  上の正方形に等しい。ゆえに  $EH$ ,  $HZ$  上の正方形の和は  $HZ$  上の正方形の2倍である。ところが  $EZ$  上の正方形は  $EH$ ,  $HZ$  上の正方形の和に等しい。したがって  $EZ$  上の正方形は  $HZ$  上の正方形の2倍である。しかも  $HZ$  は  $\Gamma d$  に等しい。それゆえ  $EZ$  上の正方形は  $\Gamma d$  上の正方形の2倍である。ところが  $EA$  上の正方形も  $A\Gamma$  上の正方形の2倍である。ゆえに  $AE$ ,  $EZ$  上の正方形の和は  $A\Gamma$ ,  $\Gamma d$  上の正方形の和の2倍である。ところが角  $AEZ$  は直角であるから、 $AZ$  上の正方形は  $AE$ ,  $EZ$  上の正方形に等しい。したがって  $AZ$  上の正方形は  $A\Gamma$ ,  $\Gamma d$  上の正方形の和の2倍である。また  $d$  における角は直角であるから、 $Ad$ ,  $dZ$  上の正方形の和は  $AZ$  上の正方形に等しい。それゆえ  $Ad$ ,  $dZ$  上の正方形の和は  $A\Gamma$ ,  $\Gamma d$  上の正方形の和の2倍である。そして  $dZ$  は  $dB$  に等しい。ゆえに  $Ad$ ,  $dB$  上の正方形の和は  $A\Gamma$ ,  $\Gamma d$  上の正方形の和の2倍である。

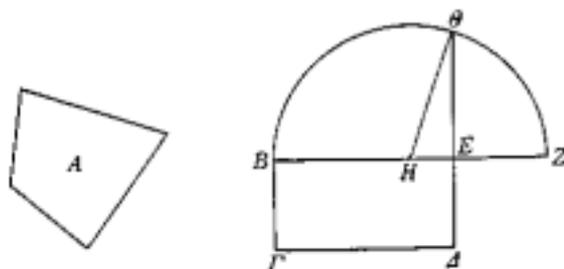


よってもし線分が相等および不等な部分に分けられるならば、不等な部分の上の正方形の和はもとの線分の半分の上の正方形と二つの区分点の間の線分上の正方形との和の2倍である。

14

与えられた直線図形に等しい正方形をつくること。

与えられた直線図形を  $A$  とせよ。このとき直線図形  $A$  に等しい正方形をつくらねばならぬ。



直線図形  $A$  に等しい直角平行四辺形  $BD$  がつくられたとせよ。そうすればもし  $BE$  が  $ED$  に等しければ、命じられたことはなされたことになるであろう。なぜなら正方形  $BD$  が直線図形  $A$  に等しくつくられたから。もし等しくなれば、 $BE$ ,  $ED$  の一方が大きい。 $BE$  が大きいとし、 $BE$  が  $Z$  まで延長され、 $EZ$  が  $ED$  に等しくされ、 $BZ$  が  $H$  で2等分され、 $H$  を中心とし、 $HB$ ,  $HZ$  の一を半径として半円  $BHZ$  が描かれ、 $AE$  が  $\theta$  まで延長され、 $H\theta$  が結ばれたとせよ。

そうすれば線分  $BZ$  は  $H$  において等しい部分に、 $E$  において不等な部分に分けられたから、 $BE$ ,  $EZ$  にかこまれた矩形と  $EH$  上の正方形との和は  $HZ$  上の正方形に等しい。そして  $HZ$  は  $H\theta$  に等しい。それゆえ矩形  $BE$ ,  $EZ$  と  $HE$  上の正方形との和は  $H\theta$  上の正方形に等しい。ところが  $\theta E$ ,  $EH$  上の正方形の和は  $H\theta$  上の正方形に等しい。ゆえに矩形  $BE$ ,  $EZ$  と  $HE$  上の正方形との和は  $\theta E$ ,  $EH$  上の正方形の和に等しい。双方から  $HE$  上の正方形がひかれたとせよ。そうすれば残りの  $BE$ ,  $EZ$  にかこまれた矩形は  $E\theta$  上の正方形に等しい。ところが  $EZ$  は  $ED$  に等しいから、矩形  $BE$ ,  $EZ$  は  $BD$  である。それゆえ平行四辺形  $BD$  は  $E\theta$  上の正方形に等しい。そして  $BD$  は直線図形  $A$  に等しい。ゆえに直線図形  $A$  も  $E\theta$  上に描かれた正方形に等しい。

よって与えられた直線図形  $A$  に等しい正方形、すなわち  $E\theta$  上に描かれうる正方形がつくられた。これが作図すべきものであった<sup>\*)</sup>。

# ヘロンと方程式

・人物紹介

ヘロン紀元前 150 年ごろに生きていたとも、紀元後 200 年に生きていたとも言われているが詳細は不明。測量や機械についての著書があり、その著書「幾何学」の中で述べられた三角形の面積を求める「ヘロンの公式」で有名。

参考

「ヘロンの公式」って？  
 三角形の三辺を a、b、c とし、 $2s = a + b + c$  とする。  
 そのとき三角形の面積の 2 乗は  $s(s - a)(s - b)(s - c)$  に等しい。

・ヘロンの方程式に関する記述

以下はヘロンの著書「幾何学」(原題 Geometrica)にある記述です。

(e) QUADRATIC EQUATIONS  
 Heron, *Geom.* 91. 9-10, ed. Heiberg (Heron iv.) 380. 15-31

Δοθέντων συναμφοτέρων τῶν ἀριθμῶν ἦγουν τῆς διαμέτρου, τῆς περιμέτρου καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ κύκλου ἐν ἀριθμῶ ἐνὶ διαστεῖλαι καὶ εὐρεῖν ἕκαστον ἀριθμὸν. ποίει οὕτως· ἔστω ὁ δοθεὶς ἀριθμὸς μονάδες σιβ. ταῦτα ἀεὶ ἐπὶ τὰ ρνδ· γίνονται μυριάδες γ̄ καὶ β̄χμη. τούτοις προστίθει καθολικῶς ωμᾶ· γίνονται μυριάδες τρεῖς καὶ γυπη· ὡν πλευρὰ τετράγωνος γίνεται ρπγ· ἀπὸ τούτων κούφισον κθ· λοιπὰ ρνδ· ὡν μέρος ια' γίνεται ιδ· τοσούτου ἢ διαμέτρος τοῦ κύκλου. εἰ δὲ θέλῃς καὶ τὴν περιφέρειαν εὐρεῖν, ὑφείλον τὰ κθ ἀπὸ τῶν ρπγ· λοιπὰ ρνδ· ταῦτα ποίησον δὶς· γίνονται τῆ· τούτων λαβὲ μέρος ζ'· γίνονται μδ· τοσούτου ἢ περιμέτρος. τὸ δὲ ἐμβαδὸν εὐρεῖν. ποίει οὕτως· τὰ ιδ τῆς διαμέτρου ἐπὶ τὰ μδ τῆς περιμέτρου γίνονται χις· τούτων λαβὲ μέρος τέταρτον· γίνονται ρνδ· τοσούτον τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου. ὁμοῦ τῶν τριῶν ἀριθμῶν μονάδες σιβ.

I.Thomas "GREEK MATHEMATICS WORKS" pp502-504 より

2 次方程式

円に関し直径と円周と面積が与えられているとき、それぞれを求めること。それはこのようにして行われる。与えられた和を 2 1 2 とする。これに 1 5 4 をかけると、その結果は 3 2 6 4 8。1 8 3 の平方である 3 3 4 8 9 をつくるために、8 4 1 を加える。1 8 3 から 2 9 を引くと 5 4 になり、これの 1 1 分の 1 は 1 4 である。これが円の半径である。円周を求めたいなら、1 8 3 から 2 9 を引き、のこった 1 5 4 を 2 倍し、7 分の 1 をとるとこれが円周となる。面積を求める。これはこのように求められる。直径の 1 4 に円周の 4 4 をかけ、6 1 6 を得る。これを 4 分の 1 すると、1 5 4 が得られるが、これが求める面積である。

(日本語訳 関口光弘)

さて、ヘロンは方程式を解くのにこのように述べています。そこで先の問題「ある 2 つの数について、それらの和が 20、それぞれの平方 (2 乗) の和が 208 であるとき、それら 2 数を求める。」をヘロンのように記述するとどうなるでしょう？

## ヘロンの記述

「ある2つの数について、それらの和が20、それぞれの平方(2乗)の和が208であるとき、それら2数を求める。」

という問題は波線部分が2次式になるので2次方程式です。

ヘロンの記述も2次方程式に関するものですが、そのことを実際に述べているのは資料・その4(日本語訳)の下線部のところです。では、上の問題をヘロンのような記述の仕方で書くとどうなるでしょう？

それは下のようになります。

208に2をかけ、400を引き4の平方(2乗)である16にする。

4に20を加え、これの2分の1をとると12になる。

これが求める答えの一つである。

これは一体どのようなことをしているのでしょうか？

あなたはどんな風に考えましたか？

【あなたの思ったことを書いてみよう】

## ヘロンのようにやっけていいのか？

ヘロンのような記述が正しい答えを導いていることはわかりました。ですが、どうしてそれは正しいのでしょうか？ヘロンはそのことについて何も述べていません。

では、現代のやり方でヘロンのような記述の仕方が正しいことを確認しましょう。  
(注意 ここから先はギリシャ人ではなく、現代人になってください。)

< 現代的解答 >

問題は次のような連立方程式である。

$$\begin{cases} x+y=20 & \dots\dots \\ x^2+y^2=208 & \dots\dots \end{cases}$$

を  $y=20-x$  と変形して、 に代入すると

$$x^2+(20-x)^2=208$$

さて、この式を整理すると

$$2x^2 - 40x + 400 = 208$$

この式の両辺を2倍して

$$4x^2 - 80x + 800 = 416$$

この両辺から400を引くと

$$4x^2 - 80x + 400 = 16$$

そして、この式は次のように変形できる。

$$(2x - 20)^2 = 4^2$$

よって、

$$2x - 20 = 4$$

20を移項し、

$$2x = 24$$

両辺に2分の1をかけて、 $x=12$

したがって、求める答えは、 $x=12$   $y=8$  である。

### 参考

#### (1次式)<sup>2</sup>の変形について

$(20-x)^2$  は次のように考えます。

$$(20-x)^2 = (20-x)(20-x)$$

と考えられるので、片方をAとし、  
分配法則を用いると、

$$(20-x)^2 = A(20-x)$$

$$= 20A - Ax$$

$$= 20(20-x) - (20-x)x$$

$$= 400 - 20x - 20x + x^2$$

$$= x^2 - 40x + 400$$

となります。

同様の理由から、

$$4x^2 - 80x + 400 = (2x - 20)^2$$

ということがいえます。

さて、208に2をかけるということは、実は上の解答では下線部のところを意味しています。では、ヘロンの記述での他の部分は、上の解答のどの部分に対応しているのでしょうか？考えてみよう。

- ・「400をひき」
- ・「4の平方である16にする」
- ・「4に20を加え」
- ・「これの2分の1をとる」

# 1 時間目の宿題

2年 組 番 氏名 \_\_\_\_\_

1 今日の授業の感想を書いてください。

2 ディオファントスはどんなことをした人ですか？書いてください。

3 授業資料・その6に書いてある現代的解答が正しいことを、自分で計算して確認してください。その際そのページの右側にある事柄を用いるので、このことも自分で計算してみてください。

4 授業資料・その6の一番下にある課題をやってください。

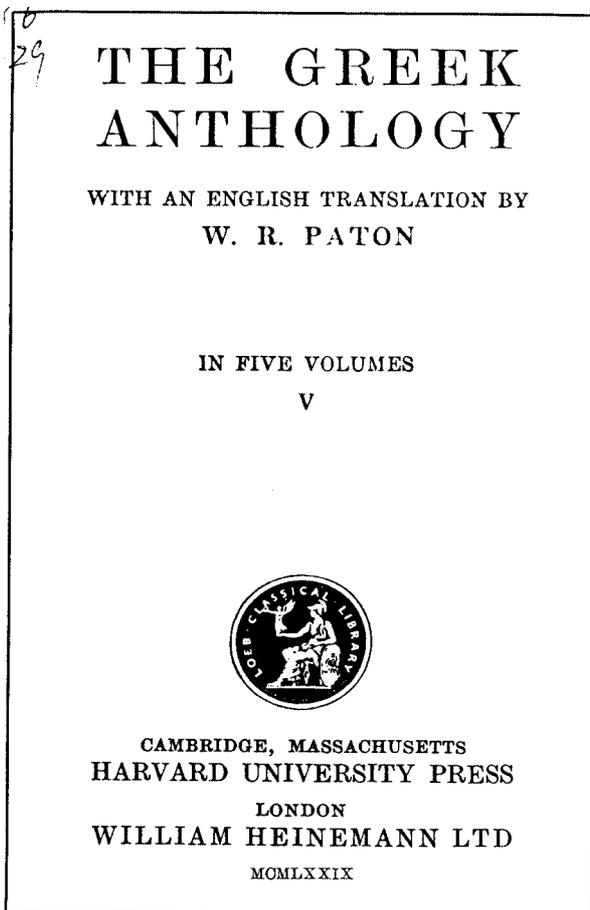
## ディオファントスって誰？

### <人物紹介>

- ・ 紀元後 250 年ごろに生きていたのではないかと思われる数学者。
- ・ 「Arithmetica」(算術) という全 13 巻の本を残したが、現在残っているものは 6 巻までである。しかも、それらはすべて後世の数学者における写本である。
- ・ 生涯に関して詳しいことは全くわからない。

だけど・・・

「The Greek Anthology」(ギリシャ詩華集) という本の中の次のような詩にディオファントスのことが書かれています。



126.—ΑΛΛΟ

Οὗτός τοι Διόφαντον ἔχει τάφος· ἃ μέγα θαῦμα·  
καὶ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βίοιο λέγει.  
ἔκτην κουρίζειν βίτου θεὸς ὤπασε μοίρην·  
δωδεκάτην δ' ἐπιθείς, μῆλα πόρεν χροάειν·  
τῇ δ' ἄρ' ἐφ' ἑβδομάτῃ τὸ γαμήλιον ἤψατο φέγγος,  
ἐκ δὲ γάμων πέμπτῳ παῖδ' ἐπένευσεν ἔτει.  
αἰαῖ, τηλύγετον δειλὸν τέκος, ἦμισυ πατρὸς  
† τοῦδε καὶ ἡ κρυερὸς μέτρον ἐλὼν βίτου.  
πενθος δ' αὖ πισύρεσσι παρηγορέων ἐνιαυτοῖς  
τῆδε πόσου σοφίῃ τέρω' ἐπέρησε βίου.

【日本語訳】(訳 関口光弘)

この墓にはディオファントスが埋葬されている。ああ、なんてことだ。この墓は彼の生涯の長さを教えてくれる。彼は一生のうち、6分の1を少年として過ごし、その後12分の1はあごひげを生やしていた。さらに7分の1を経て結婚式を挙げ、その5年後に子供をもうけた。ところがかわいそうなことに、この息子は冷酷な女神に連れ去られた。その寿命は父の2分の一でしかなかった。そして、生涯の残りの4年間を、悲しみを癒しながら過ごした。

(“The Greek Anthology Volume ” 英訳 W.R.Paton p.92 p94 より抜粋)

### 【問題】

もし本当にディオファントスの墓があって、本当にディオファントスの生涯を知っている人がこのようなことを後世に残し、本当にその言葉どおりのことを詩にしたとしたら、ディオファントスは何年生きたことになるのでしょうか？

## 授業で扱った問題は・・・

気がついている人もいるかもしれませんが、前の時間で皆さんに考えてもらった問題は、実はディオファントスが扱ったものです。

Εὐρεῖν δύο ἀριθμοὺς ὅπως καὶ ἡ σύνθεσις αὐτῶν καὶ ἡ σύνθεσις τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιῆ δοθέντας ἀριθμούς.

Δεῖ δὴ τοὺς δις ἀπ' αὐτῶν τετραγώνους τοῦ ἀπο συναμφοτέρου αὐτῶν τετραγώνου ὑπερέχειν τετραγώνῳ. ἔστι δὲ καὶ τοῦτο πλασματικόν.

Ἐπιτετάχθω δὴ τὴν μὲν σύνθεσιν αὐτῶν ποιεῖν  $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$ , τὴν δὲ σύνθεσιν τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν  $\overset{\circ}{M}\bar{\sigma}\eta$ .

Τετάχθω δὴ ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν  $\varepsilon\bar{\beta}$ . καὶ ἔστω ὁ μείζων  $\varepsilon\bar{\alpha}$  καὶ  $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}$ , τῶν ἡμίσεων πάλιν τοῦ συνθέματος, ὁ δὲ ἐλάσσων  $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}\Lambda\varepsilon\bar{\alpha}$ . καὶ μένει πάλιν τὸ μὲν σύνθεμα αὐτῶν  $\overset{\circ}{M}\bar{\kappa}$ , ἡ δὲ ὑπεροχὴ  $\varepsilon\bar{\beta}$ .

Λοιπὸν ἔστι καὶ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖν  $\overset{\circ}{M}\bar{\sigma}\eta$ . ἀλλὰ τὸ σύνθεμα τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ποιεῖ  $\Delta^x\bar{\beta}\overset{\circ}{M}\bar{\sigma}$ . ταῦτα ἴσα  $\overset{\circ}{M}\bar{\sigma}\eta$ , καὶ γίνεται ὁ  $\varepsilon\bar{\beta}$ .

Ἐπὶ τὰς ὑποστάσεις. ἔσται ὁ μὲν μείζων  $\overset{\circ}{M}\bar{\iota}\bar{\beta}$ , ὁ δὲ ἐλάσσων  $\overset{\circ}{M}\bar{\eta}$ . καὶ ποιούσι τὰ τῆς προτάσεως.

(I.Thomas Greek Mathematics Works p.536)

これが、今、1時間目から考えている問題について述べられたものです。

このギリシャ語による記述と、昨日のヘロンのギリシャ語による記述（資料その6）とを見比べて、何か異なる点・気がついた点はありますか？

あなたの意見を書こう

## ディオファントスが用いた記号

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$	$\varsigma$	$\zeta$	$\eta$	$\theta$	$\iota$	$\kappa$	$\lambda$	$\mu$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	30	40
$\nu$	$\xi$	$\omicron$	$\pi$	$\varphi$	$\rho$	$\sigma$	$\tau$	$\upsilon$	$\phi$	$\chi$		
50	60	70	80	90	100	200	300	400	500	600		
$\psi$	$\omega$	$\wp$	$\cdot\alpha$	$\cdot\beta$	$\cdot\gamma$							
700	800	900	1,000	2,000	3,000							

ギリシャ時代の記数法

M	$\beta$	$\gamma$
10,000	M	M,
	20,000	30,000

(「高校数学史演習」 安藤洋美 著 p61 より抜粋)

ディオファントスは「省略記号」を導入しました。それは繰り返して出てくる量に対し、ある特定の記号を用いることです。そして、その繰り返して出てくる量というものは「未知なる数」のことでした。また、減法の記号も導入しました。

現代との対応表 (現代における未知なる数は  $x$  と書くことにします。)

ディオファントスの記号	現代の表し方	注意点・呼び方・現代との違い
$\varepsilon$ ( $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma$ )	$x$	arithmos とする
$\Delta^y$ ( $\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\iota\varsigma$ )	$x^2$	平方(dynamis)とする (())は英訳、以下同じ)
$K^y$ ( $\kappa\acute{\upsilon}\beta\omicron\varsigma$ )	$x^3$	立方 (cubus)とする
$\Delta^y\Delta$ ( $\delta\upsilon\nu\alpha\mu\omicron\delta\acute{\upsilon}\nu\alpha\mu\iota\varsigma$ )	$x^4$	平方の平方 (dynamodynamis)とする
$\Delta K^y$ ( $\delta\upsilon\nu\alpha\mu\acute{o}\kappa\upsilon\beta\omicron\varsigma$ )	$x^5$	平方の立方 (dynamocubus)とする
$K^yK$ ( $\kappa\upsilon\beta\acute{o}\kappa\upsilon\beta\omicron\varsigma$ )	$x^6$	立方の立方 (cubocubus)とする
$\overset{\circ}{M}$	特になし	この記号の直後に現れる数字が定数項であることを表す
$\Lambda$	-	減法の記号 この記号以降はすべて減法

(記号は "Greek Mathematics Works" より抜粋)

### < 具体的な記号の使い方 >

- 未知数の直後に書いた数を係数として和 (+) の記号は省略し書きます。
- 同類項を同一の式に何度も書くことはありません。
- 減法の記号はこれ以降がすべて減法を意味するため、同一の式の中では一回しか使うことができません。
- 足し算と引き算の部分を区別して書き、足し算のうち次数の高いほうから、引き算のうち次数の高いほうから、という順に並べていきます。

### 【例題】

ディオファントスの表現による式を今の表記に直しなさい。(ただし未知数は  $x$  とする)

## 君はディオファントスだ

2年 組 番 氏名

2 数について、その和とそれぞれの平方の和が与えられているとき、それぞれを求めること。

それぞれの平方の和を 2 倍したものは、それぞれの和の平方よりもある平方分だけ大きいというのは必要な条件である。

今その和が  $\dot{M} \bar{k}$  で、それぞれの平方の和が  $\dot{M} \overline{\sigma \eta}$  であるとしよう。

それらの差が  $\underline{s} \bar{\beta}$  であるとし、大きいほうを  $\underline{s} \bar{a} \dot{M} \bar{i}$  を、小さいほうを  $\dot{M} \bar{i} \Lambda \underline{s} \bar{a}$  とする。

すると、その和は再び  $\dot{M} \bar{k}$  になり、差は  $\underline{s} \bar{\beta}$  になっている。

平方の和を  $\dot{M} \overline{\sigma \eta}$  にするということが残っている。しかし、それぞれの平方の和が  $\underline{\Delta^y \bar{\beta} \dot{M} \bar{\sigma}}$  になっている。

それゆえ、 $\underline{\Delta^y \bar{\beta} \dot{M} \bar{\sigma}}$  は、 $\dot{M} \overline{\sigma \eta}$  に等しくなり、

そして、 $\underline{s}$  は  $\dot{M} \bar{\beta}$  に等しくなる。

仮定に帰ると、大きいほうは  $\dot{M} \bar{i} \bar{\beta}$  で、小さいほうは  $\dot{M} \bar{\eta}$  になる。これは条件を満たす。

ディオファントスの記号を現代の記号に翻訳してみよう！

	$\mathring{M} \bar{\kappa}_i$		$\Delta^y \bar{\beta} \mathring{M} \bar{\sigma}$	
	$\mathring{M} \overline{\sigma \eta}$		$s$	
	$s \bar{\beta}$		$\mathring{M} \bar{\beta}$	
	$s \bar{\alpha} \mathring{M} i$		$\mathring{M} i \bar{\beta}_i$	
	$\mathring{M} i \wedge s \bar{\alpha}$		$\mathring{M} \bar{\eta}$	

どんな解き方なのか考えよう

思ったことを書いてみよう