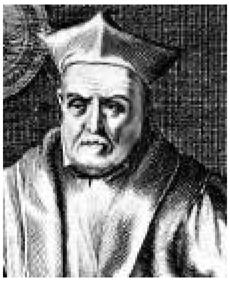
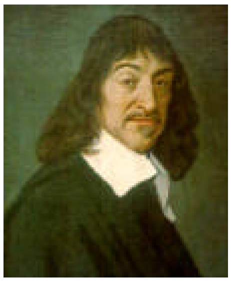
授業資料

方程式を考えた人々





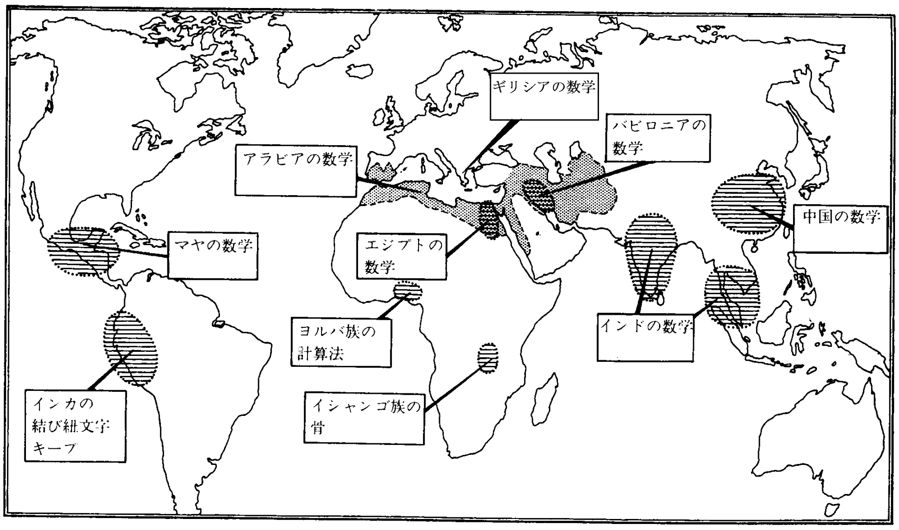





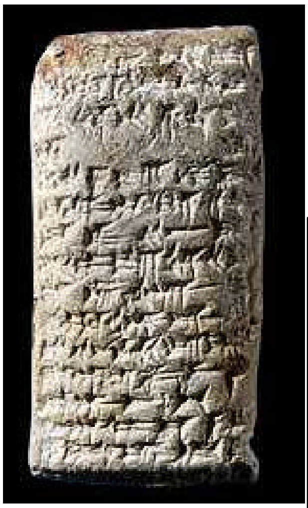

３年　　組　　番	
氏名	

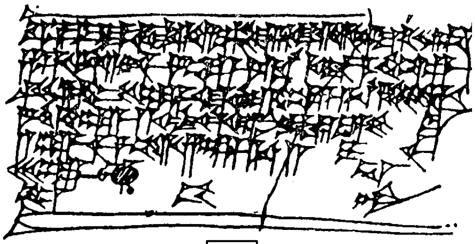
授業者　綾小路尚子
筑波大学修士課程教育研究科数学教育コース 1年）

1 バビロニアの数学（紀元前 24 世紀～紀元前 14 世紀）



バビロニアの粘土版





箱の縦は 0；20，高さは横の 12 倍，箱の底（面積）と容積の和は 1；10 である。横を求めよ。
0；20 に 12 を掛けると４。４に 1；10 を掛けて 4；40。
0；20 の 1／２は 0；10 である。0；10 を二乗すると、0；1，40。
4；40 に 0；1，40 を加えて 4；41，40。
4；41，40 の根は 2；10 で、それと 0；10 の差は、2 である。
4 の逆数をつくれば、0；15。0；15 に２を掛ければ 0；30。
見よ、0；30 は横である。

【小倉金之助補訳(1960)『カジョリ初等数学史上』より】

書き直すと...

箱の縦は $\frac{20}{60}$，高さは横の 12 倍，箱の底（面積）と容積の和は $1+\frac{10}{60}$ である。横を求めよ。

$\frac{20}{60}$ に 12 を掛けると４。４に $1+\frac{10}{60}$ を掛けて $4+\frac{40}{60}$。

$\frac{20}{60}$ の $\frac{1}{2}$ は $\frac{10}{60}$ である。$\frac{10}{60}$ を２乗すると、$\frac{1}{60}+\frac{40}{60\times 60}$。

$4+\frac{40}{60}$ に $\frac{1}{60}+\frac{40}{60\times 60}$ を加えて $4+\frac{41}{60}+\frac{40}{60\times 60}$。

$4+\frac{41}{60}+\frac{40}{60\times 60}$ の根は $2+\frac{10}{60}$ で、それと $\frac{10}{60}$ の差は、2 である。

4 の逆数をつくれば、$\frac{15}{60}$。　$\frac{15}{60}$ に２を掛ければ $\frac{30}{60}$。

見よ、$\frac{30}{60}$ は横である。

2　ギリシアの数学（紀元前 3 世紀～紀元後 5 世紀頃）

古代ギリシアの数学は、
<u>幾何学（図形の性質などを研究する学問）を中心としたもの</u>で、
タレスやピタゴラスなど多くの数学者によって、理論上めざましい発達をとげました。
その数学者たちの理論をユークリッドがまとめ、後世に残しました。

→<u>ユークリッドの『原論』</u>
（次のページ参照）

問題　こんな長さの線分　　こんな長さの線分
↓　　↓
と　が与えられたとき、

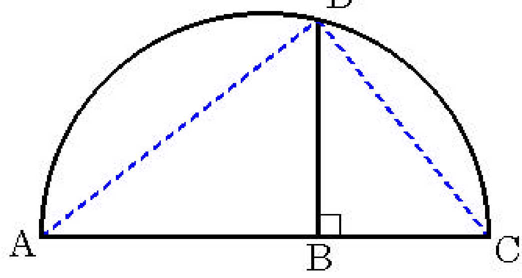
と　の比と　と　の比

が等しいような　を作図しよう！

<u>作図方法</u>　（コンパスと定木を使ってかこう！）

本当にこの作図方法は正しいのか？

図で AB：BD＝BD：BC になることを示そう！



ユークリッドの『原論』とは？

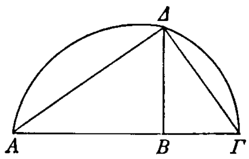
ユークリッドは、紀元前 4 世紀ぐらいのギリシアの人で、ムセイオンの最初で最高の教師の一人でした。

ユークリッドの『原論』は、学生のための教科書でしたが、当時かかれた数学書の中で最も大きい影響力をもったものでした。全部で 13 巻から構成され、467 もの命題が書かれています。

例えば　ユークリッドの『原論』　第 6 巻命題１３　は・・・

13

与えられた 2 線分の比例中項を見いだすこと。



与えられた 2 線分を AB, $B\Gamma$ とせよ。このとき AB, $B\Gamma$ の比例中項を見いださねばならぬ。

それらが一直線をなすようにおかれ，$A\Gamma$ 上に半円 $A\Delta\Gamma$ が描かれ，点 B から線分 $A\Gamma$ に直角に $B\Delta$ がひかれ，$A\Delta$, $\Delta\Gamma$ が結ばれたとせよ。

角 $A\Delta\Gamma$ は半円内の角であるから，直角である。そして直角三角形 $A\Delta\Gamma$ において直角から底辺に垂線 ΔB が下されたから，ΔB は底辺の 2 部分 AB, $B\Gamma$ の比例中項である。

よって与えられた 2 線分 AB, $B\Gamma$ の比例中項 ΔB が見いだされた。これが作図すべきものであった。

【中村幸四郎他(1996)『ユークリッド原論縮刷版』より】

3　アラビアの数学（9 世紀頃）

アラビアの数学者には<u>アル=フワ―リズミー（780 年頃〜850 年頃）</u>という人がいます。

フルネーム：アブジャフル・ムハマッド・イブン・ムーサ・アル＝フワリズミー
フルネームの意味：ジャファルの父、ムーサの息子、フワ―リズム出身のムハマッド
著書：『ジャブルとムカーバラ』（9 世紀半ば頃に書いた）

アル＝フワリズミーの方程式を解読しよう！

“数の３に等しい（1 個の）ジズル”
そのジズルは３であり、そこから生じるマールは９である。

“１０個のジズルに等しい５個のマール”
その１個のマールは２個のジズルに等しい。そのマールのジジズル（根）は２であり、マールは４である。

【伊藤俊太郎編著　『数学の歴史２』共立出版より】

問題１　マールとジズルは何でしょう？

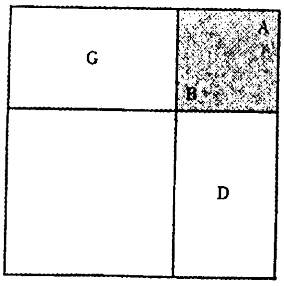
問題２　アル＝フワ―リズミーは何を言っているのでしょう？

“39 ディルハムに等しい、（1 個の）マールとそのジズル（根）10 個 ”
について考えていこう！

問題３　次の文章を解読しよう。

> “ 39 ディルハムに等しい、（1 個の）マールとそのジズル（根）10 個 ”
> その意味は“ どんなマールに 10 個のジズルを加えたら、全体として 39 になるか？ ”ということである。
> すると、その解法は、ジズル（の個数）を半分にすることである。
> この問題では、それは 5 である。
> そして、それ自身にかける。すると 25 になる。
> それを 39 に加える。
> すると、64 になる。
> そこで、その根をとる。それは 8 である。
> そこからジズル（の個数）の半分すなわち５を引く。すると３が残る。
> それが求めるマールのジズル（根）であり、マールは９である。
> 【伊藤俊太郎編著　『数学の歴史２』共立出版】

問題３　次の文章を解読しよう。

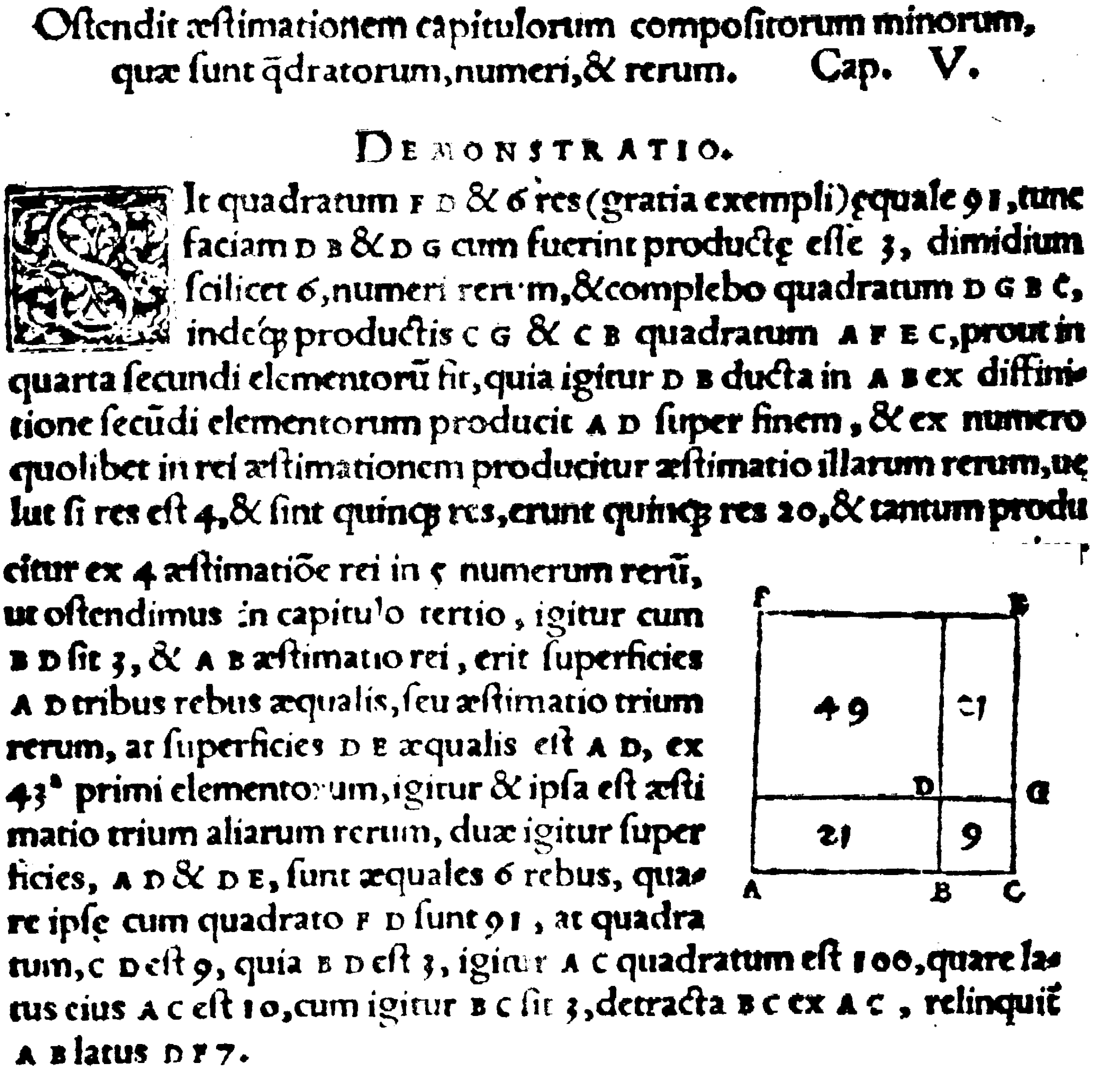
> この問題に対して図がある。
> それは面 AB で、これがマールである。
> さて、我々はそれに 10 個のジズルに相当するものを加えたい。
> そこで、その 10 を半分にする。それは５となる。
> それらを面 AB の二方に接する 2 つの面とする。すなわち、面 G と D である。
> それらの面の各々の長さは５、すなわち 10 個のジズル（の個数）の半分となり、その幅は面 AB の辺に等しくなる。
> すると、面 AB の一角に四角形が１つ残る。
> それは５掛ける５、すなわち我々が最初の面の二方に加えた 10 個のジズル（の個数）の半分（の自乗）である。
> 最初の面がマールであることと、その二方の２つの面が 10 個のジズルであることがわかっているから、その全体は 39 である。
> 大きな面が完成するのには５掛ける 5 の四角形が残っており、それは 25 である。
> そこで、大きな面を完成させるために、それを 39 に加える。すると、それは全体で 64 となる。
> そこでその根を取る。それは 8 である。
> それが大きな面の一辺である。
> そこで、我々が付け加えたもの、すなわち 5 をそこから引くと、３が残る。
> それが面 AB、すなわちマールの辺であり、また、そのジズル（根）である。そして、マールは 9 である。
> 左がその図である。
>
> 
>
>
> 【伊藤俊太郎編著　『数学の歴史２』共立出版】

4　ヨーロッパの数学（１６世紀）

４－１　ジロラモ・カルダノ（1501 年～1576 年）

職業：医学者、数学者、人文主義者、占星術師
著書：『アルス・マグナ（大いなる技法)』を出版
　　　ここには、3 次方程式の解法（特定の場合）
　　　だけでなく 4 次方程式の解法も説明している。

カルダノの『アルスマグナ』を見てみると・・・



Ostendit æstimationem capitulorum compositorum minorum, quæ sunt q̄dratorum, numeri, & rerum. Cap. V.

DEMONSTRATIO.

Sit quadratum F D & 6 res (gratia exempli) æquale 91, tunc faciam D B & D G cum fuerint productæ esse 3, dimidium scilicet 6, numeri rerum, & complebo quadratum D G B C, indeq; productis C G & C B quadratum A F E C, prout in quarta secundi elementorū fit, quia igitur D B ducta in A B ex diffinitione secūdi elementorum producit A D super finem, & ex numero quolibet in rei æstimationem producitur æstimatio illarum rerum, uelut si res est 4, & sint quinq; res, erunt quinq; res 20, & tantum producitur ex 4 æstimatiōe rei in 5 numerum rerū, ut ostendimus in capitulo tertio, igitur cum B D sit 3, & A B æstimatio rei, erit superficies A D tribus rebus æqualis, seu æstimatio trium rerum, at superficies D E æqualis est A D, ex 43ª primi elementorum, igitur & ipsa est æstimatio trium aliarum rerum, duæ igitur superficies, A D & D E, sunt æquales 6 rebus, quare ipsæ cum quadrato F D sunt 91, at quadratum C D est 9, quia B D est 3, igitur A C quadratum est 100, quare latus eius A C est 10, cum igitur B C sit 3, detracta B C ex A C, relinquitur A B latus D F 7.

原典『ARS　MAGNA』より

４－２　ヴィエタ（1540～1630）

16 世紀のフランス最大の数学者

著書：『In Artem Aanalyticen Isagoge(解析法入門)』(1591)
『De Aequationum Recognitione,
et Emendatione Tractus duo
(方程式の再検討及び改良に関する２論文) 』(1591)
これらの本は、のちに
全集『Francisci Vietae Opera Mathematica』(1646)
に収録されている。

有名な言葉：「解くことのできない問題はない」

ヴィエタの『Francisci Vietae Opera Mathematica』から

SI A quad. + B 2 in A, æquetur Z plano. A + B eſto E. Igitur E quad., æquabitur Z plano + B quad.

Conſectarium.

Itaque, $\sqrt{\text{Z plani + B quad.}}$ − B fit A, de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. 1 Q + 2 N, æquatur 20. & fit 1 N. √ 21 − 1.

ヴィエタの方程式を解読しよう！

A quad. + B 2 in A, æquetur Z plano.

母音 A･･･未知数（わからない数）
子音 B、Z･･･既知数（わかっている数）
quad･･･未知数の平方
plano･･･既知数の平方
in･･･乗法（×）
aequeter･･･等号（＝）を表している。

現代のような書き方にすると・・・

１. みんなの知っている方法で解いてみよう！

２．ヴィエタの方法で解いてみよう！

ヴィエタの方法；

・図において正しいことのみを利用して解こうとした。

・２次方程式を、（２乗）＝（数）に変形して解こうとした。

（1）$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ①　が成り立つことを，図を用いて説明してみよう！

（2）A についての２次方程式　$A^2 + 2BA = Z^2$　を、①を利用して

（A の入った）^{2}　$\boxed{\text{A の入っていない}}$　に変形しよう！

（3）ヴィエタの方法を用いて、$A^2 + 10A = 39$　を解いてみよう！

３．同様に、$A^2 - 2BA = Z^2$ をヴィエタの方法で解いてみよう！