数学ⅡＢゼミ：アポロニウスの円錐曲線論に接しよう　　　　　　12 月 18 日(火)

事前課題　　　　　　　　　　　　年　　組　　番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

問題Ａ 接線の方程式を求めるのに、どんな解法がありますか？

問題１：円 $x^2+y^2=5$ について、次の接線の方程式を求めよ。

① 円周上の点（1,－2）における接線

② 点（1,3）から円に引いた接線

問題２：放物線 $y=3x^2$ について、次の接線の方程式を求めよ。

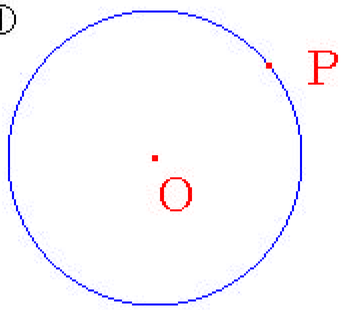
①放物線上の点（1,3）における接線

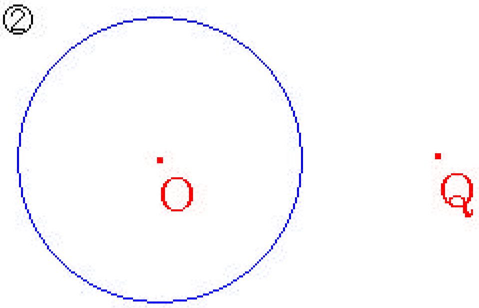
② 点（1,0）から放物線に引いた接線

問題Ｂ 接線の作図はできますか？

問題３：円 O について、次の接線を作図せよ。

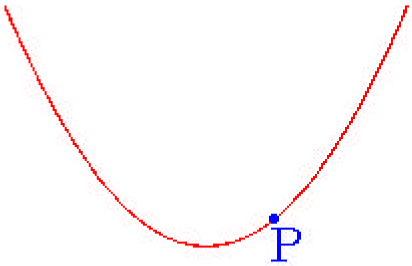
① 円周上の点 P における円 O の接線
② 円外の点 Q から引いた円 O の接線

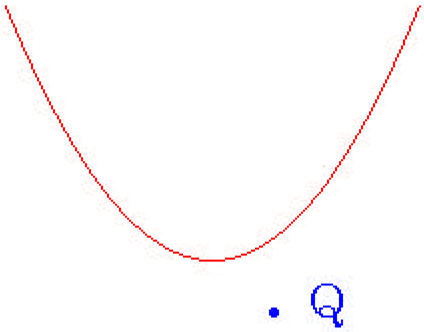
①


②


問題４：放物線について、次の接線を作図せよ。

① 放物線上の点 P における放物線の接線
② 放物線外の点 Q から引いた放物線の接線

①


②


数学ⅡBゼミ：アポロニウスの円錐曲線論に接しよう　　　　12月18日（火）

ワークシート①

年	組	番	氏名

問１　次は命題１１の日本語訳です。式がどう変形されたか理由考えるために，
式または言葉を［　　　　　　］に、用いた式の番号を□に入れなさい。

但し，原論6巻・23は　$BC^2 : BA \cdot AC = (BC : AC)(BC : BA)$　…⑤　を例にすると

$$\frac{BC^2}{BA \cdot AC} = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{BC}{BA}$$

ということです。

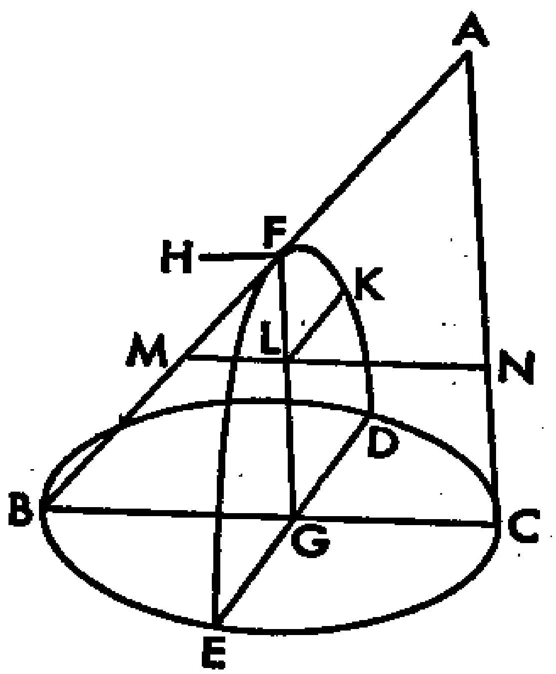
命題１１

B　頂点が点Aで底辺が円BCである円錐がある。そして軸を通る面で切断して、できた切断面を三角形ABCとし、BCに垂直な直線DEで円錐の底面を切断する別の面によって切る。そして、円錐の表面にできた切り口をDFEとし、その切り口の直径FGを軸三角形の一方の辺ACに平行であるとする。点FからFHをFGに垂直になるように描き、

$BC^2 : BA \cdot AC = FH : FA$　（…①）

となるようにする。点Kをその切り口に任意にとり、Kを通ってKLをDEに平行に描く。

$KL^2 = HF \cdot FL$　（…②）であるといえる。



C　なぜなら、MNをBCに平行にLを通って描きなさい。ただし、DEはKLに平行である。それゆえに、KL、MNを通る平面は、BC、DEを通る平面に平行である。（原論11巻・15）すなわち円錐の底辺に平行である。それゆえに、KL、MNを通る平面はMNを直径とする円である。（Ⅰ巻・命題4）そして、DEはBCに垂直であるからKLはMNに垂直である。（原論11巻・10）

それゆえに、［　比例中項の関係より　］

$ML \cdot NL = KL^2$　　…③　（原論3巻・31；6巻・8、系）

そして、①　　　　より

BC^2：BA・AC＝FH：FA …④

そして、［ 原論６巻・23 より ］

BC^2：BA・AC＝（BC：AC）（BC：BA） …⑤ （原論６巻・23）

それゆえに、$\boxed{\quad\quad\quad より}$

FH：FA＝（BC：AC）（BC：BA） …⑥

しかし、［ より ］

BC：AC＝MN：AN＝ML：FL …⑦ （原論６巻・4）

そして、［ より ］

BC：BA＝MN：MA＝ML：MF＝LN：FA …⑧ （原論６巻・2）

それゆえに、$\boxed{⑥ ⑦ ⑧ より}$

FH：FA＝（ML：FL）（LN：FA） …⑨

しかし、［ 原論６巻・23 より ］

ML・LN：FL・FA＝（ML：FL）（LN：FA） …⑩ （原論６巻・23）

それゆえに、$\boxed{\quad\quad\quad より}$

FH：FA＝ML・LN：FL・FA …⑪

しかし、共通な高さとして FL をとって、

FH：FA＝FH・FL：FL・FA …⑫ （原論６巻・1）

$\boxed{⑪ ⑫ より}$

ML・LN：FL・FA＝FH・FL：FL・FA …⑬ （原論５巻 11）

それゆえに、$\boxed{⑬で FL・FA が共通 より}$

ML・LN＝FH・FL …⑭ （原論５巻・9）

しかし、$\boxed{\quad\quad\quad より}$

ML・LN＝KL^2 …⑮

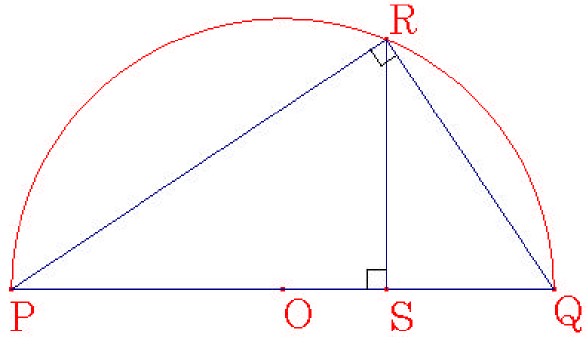
それゆえに、$\boxed{\quad\quad\quad より}$

KL^2＝FH・FL …②

$\boxed{D}$ その様な切り口を放物線と呼び、FH を直径 FG の縦線方向の直線の平方があてはまる直線と呼び、それを直立辺とも呼ぶ。 （ HF は通径とか縦線のパラメーターと呼ばれる。）

問２：比例中項の関係と放物線の定義を比べ、放物線上の点 K を作図する方法を考える。

比例中項の関係 RS^2＝PS・SQ



放物線の定義 KL^2＝FH・FL