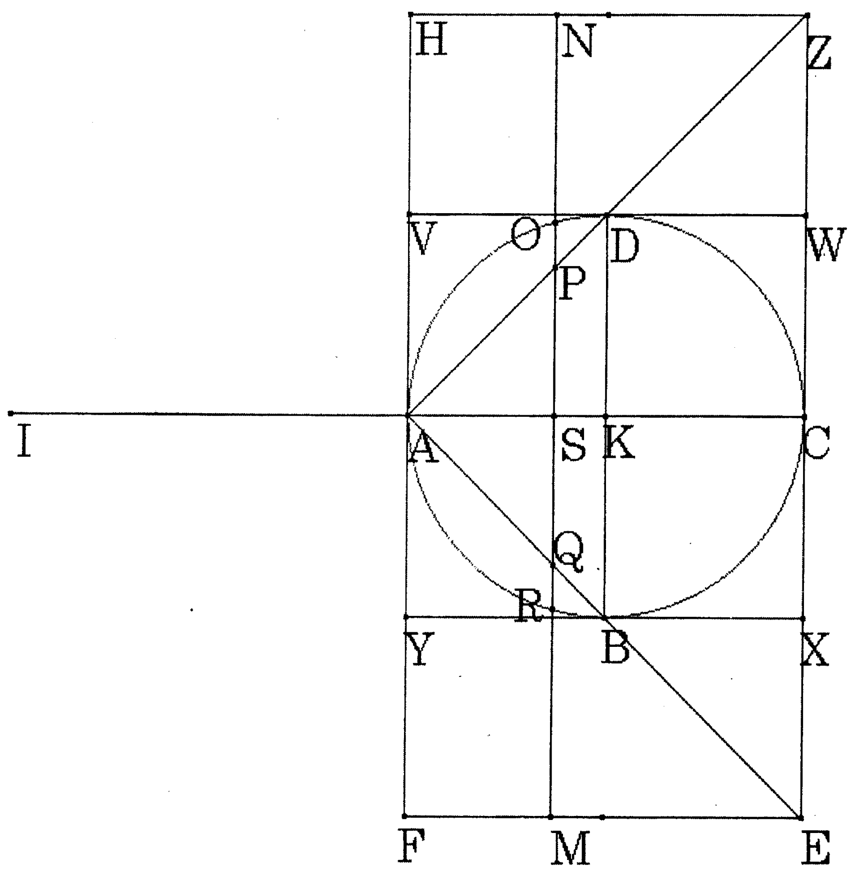
アルキメデスの発見方法をおってみよう！

２年１組 ＿＿＿＿＿＿＿＿

方法「命題２」

すべての球は，球の大円に等しい底面と，球の半径に等しい高さをもつ円錐の４倍である。このことは，次のようなやり方で，以下のように見出される。



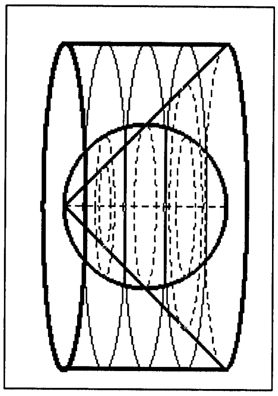
アルキメデスの発見方法をおってみよう！

方法「命題２」

大円が円 ABCD である任意の球があるとせよ。いま，球の中に，円 ABCD に垂直な，直径が BD の円があるとする。この円を底面とし，頂点が A の円錐が描かれたとせよ。そして，その側面が延長されてできた円錐が，C を通って底面に平行な平面によって切られたとせよ。すると，AC に垂直な円ができて，その直径は EZ である。この円を底面として，AC に等しい軸を持つ円柱が描かれたとせよ。また，AC が延長され，AI が AC に等しくとられたとせよ。

いま，CI が天秤の横木であると想定されて，その中点が A であるとする。

BD に平行な，任意の直線 MN が引かれたとする。MN と AC との交点を S とする。また，直線 MN 上に AC に垂直な平面を描くと，円柱の中に直径 MN の円を，球の中に直径 OR の円を，円錐の中に直径 PQ の円を作るであろう。



まずは，立体の断面の関係について調べていこう。

「ＭＳ，ＳＱに囲まれた長方形は，ＲＳ上の正方形とＳＱ上の正方形との和に等しい。」　($MS \cdot SQ = RS^2 + SQ^2$)　を証明してみよう。

これで、『$MS \cdot SQ = RS^2 + SQ^2$』――①　　が言えた。

CA : AS＝MS : SQ、CA＝AI より、

AI : ＡＳ＝ＭＳ : ＳＱ＝$ＭＳ^2$: ＭＳ・ＳＱ

ところで，$ＲＳ^2+ＳＱ^2$＝ＭＳ・ＳＱ　はすでに示されている。

それゆえ，ＡＩ : ＡＳ＝$ＭＳ^2$:（$ＲＳ^2$＋$ＳＱ^2$）

＝$ＭＮ^2$:（$ＲＯ^2$＋$ＱＰ^2$）

ユークリッド原論ＸⅡ巻―命題２より

$ＭＮ^2$:（$ＲＯ^2$＋$ＱＰ^2$）

＝直径______の円 :（直径________の円＋直径________の円）

したがって，AI : ＡＳ＝円柱の中の円 :（球の中の円＋円錐の中の円）

そこで，AI がＡＳに対するように，円柱の中の円自体はそのままの位置で，Ｉがそれぞれの重心であるように移され置かれた直径ＲＯ，ＱＰの円の両方の和に対するから，それらは点Ａに関して釣り合うであろう。

> ユークリッド原論ＸⅡ巻　命題２
> 円は互いに直径上の正方形に比例する。

これで，面積についての比較は考えられた。

いま，直線 MN は任意の直線である。直線 MN が今の場所から，円柱に沿って移動したらどうなるだろう。

そこで，円柱と球と円錐が，断面として取られた円によって満たされるとき，円柱，球，円錐の釣り合いの比はどうなるだろう。（どのような関係で釣り合うだろう。）

（点Ｉに重心が来るように，移されると・・・。）

軸を通る長方形が FEHZ の円柱 :（軸を通る三角形が AEZ の円錐＋大円が ABCD の球）＝______ : ______

より，円柱＝（円錐＋球）×______

円柱は円錐の３倍であるから，

円錐×３＝円錐×______＋球×______

よって，軸を通る三角形が AEZ である円錐＝大円が ABCD の球×______

ここで，軸を通る三角形が AEZ である円錐

＝軸を通る三角形が ABD の円錐×______

よって，大円が ABCD の球×８＝軸を通る三角形が ABD の円錐×______

したがって，大円が円 ABCD の球は，頂点が A であり，底面が大円に等しい球の４倍であることが示せた。