

フェルマの軌跡論を用いた授業に関する一考察

原典解釈による生徒の数学観の変容について

筑波大学大学院修士課程教育研究科 辻山 洋介
筑波大学教育学系 磯田 正美

1. 研究目的

本研究は、数学史上の原典をそれが書かれた時代の文脈において解釈するという活動を中心とした教材を開発し、それが生徒の数学観の変容に及ぼす効果を検証するものである。その活動を通じて、生徒が現代の自分たちの数学の位置付けを再定義し、数学を学ぶことの新しい価値を見出すことができるかという観点で教材を開発し、授業実践を通してその成果について検証する。

2. 教材開発・授業実践

原典としてフェルマの「平面及び立体の軌跡論入門¹」を取り上げ、それを当時の状況を合わせて解釈し、方程式を図形に表現するフェルマの考え方を体験することを指導目標として教材を開発した。同書は座標幾何学の幕開けと位置付けられている書物のひとつである。教材化においては「歴史的テキストを、単に数学として考えるのではなく、それを記した他者の身になって考えてみる」ことが「自らの営みを客観的に観察し直す視野」を提供するとする磯田・土田(2001)²の視点を採用した。授業実践においては、原典をその時代の状況において、またそれを記した人間の身になって味わう活動を生徒一人ひとりが円滑に行えるように、生徒の自由な解釈を妨げないこと、原典に記されていない現代的な言葉の使用を回避することに留意した。公立高校2年生(2クラス85名)の生徒を対象に各2時間の授業を行い、授業前後のアンケートにより生徒の数学や数学することに対する意識を調査した。

フェルマは2つの未知量がある一定の角をなす2つの線分の長さに表現することで、2次以下の2つの未知量を含む方程式が直線または円錐曲線に一般的に表現できることを示した。授業ではそのうち $DA=BE$ (AとEを2つの未知量とする)の形のものが直線を描くこと、 $AE=Z^2$ の形のものが双曲線を描くことについてのフェルマの考えを解釈することを生徒の主な活動とした。フェルマの

時代の数学において彼の営みをより豊かに解釈するために、フェルマ以外の原典として、当時議論が盛んに行われこの軌跡論に密接な関わりを持つアポロニウスの「円錐曲線論」を用いた。

3. 研究のまとめ

当時の状況においては幾何的な厳密性が求められたということから発生した異文化体験や、フェルマの考えが当時の数学において新しい発見であるという認識から、多くの生徒が方程式を図形に表現する彼の手法のよさを感じ、現代の自分の数学を振り返っていた。また、当時の新しい発見が現代の自分の数学の中に息づいていることを実感し、天才たちだけが数学ができ、またするべきだという数学観から脱却したり、数学を創造的なものとして捉えなおしたりしている生徒もいた。このように、生徒は原典をそれが書かれた時代の文脈において解釈することを通じて、現代の自分たちの数学や数学することに対する態度を振り返り、既存の数学観からの脱却に成功したと考えられる。このことは「数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる」という高等学校数学科の大きな目標の一つを担い得るのではないかと指摘する。

¹ Petri de Fermat, AD LOCOS PLANOS ET SOLIDOS ISAGOGE, Varia Opera Mathematica

² 磯田正美、土田知之(2001) 異文化体験を通じての数学の文化的視野の覚醒；数学的活動の新たなパースペクティブ，第25回日本科学教育学会年会論文集，pp497-498

[参考文献]

1) Fermat, Coordinate Geometry, A Source Book in Mathematics 1200-1800 ed.D.J.Struik, Harvard University Press, 1969, pp145