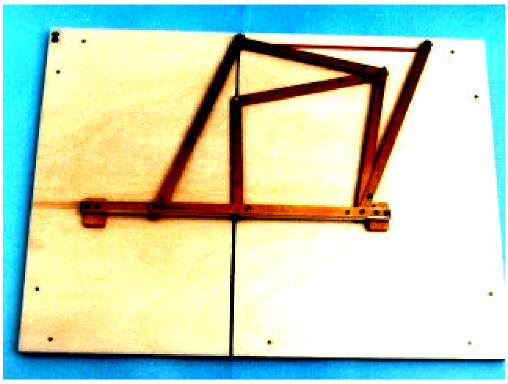
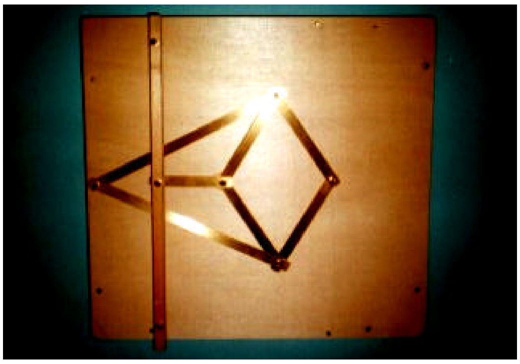
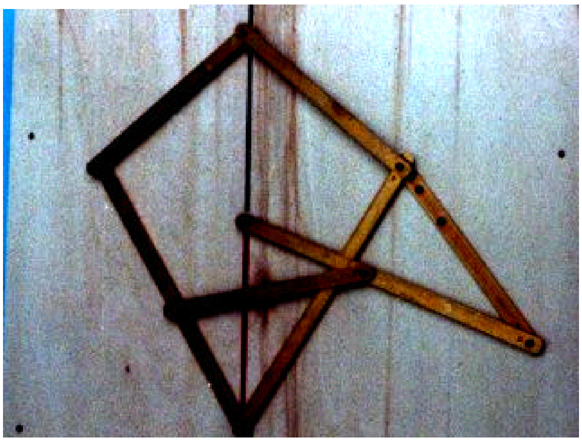
授業資料　2日目

# 角の3等分の探求

## ～2日目：角の3等分器～







| 1年　A組　番 |
|---|
| 氏名 |

授業者：仁田原　史明
筑波大学大学院修士課程教育研究科1年）

●**前回の復習**

古代ギリシアの数学

↓

幾何学 ← 定木とコンパスを有限回用いて作図することができる図形問題

↓

ギリシアの 3大難問

↓

**角の3等分問** ← たくさんの数学者が挑戦

**･角の 3等分の背景①**→辺が 9 の倍数の正多角形を円に内接させようと企てたとき、角の 3等分が必要であった。

**･角の 3等分の背景②**→

線分の 2等分 ･角の 2等分

↓

線分の 3等分 ･角の 3等分

●不可能の証明

# 角の三等分
**（定木とコンパスを有限回用い作図する）**

↑

**不可能の証明**

## 1837年

ピエール・ローラン・ヴァンツェル

☆ 幾何学（図形）について方程式を用いて解法を考えた。
→補助資料に問題をのせています。

角の3等分に関する方程式

↑

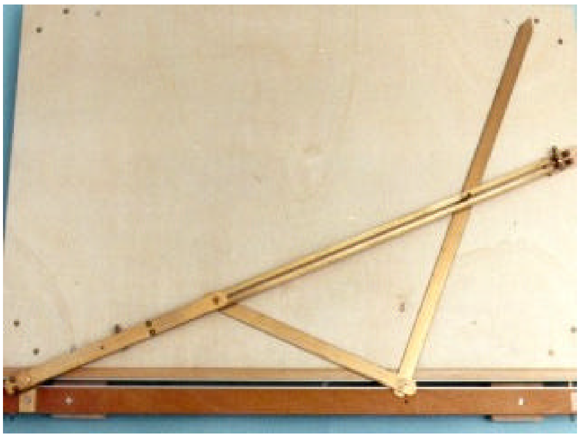
**定木とコンパスを**
**有限回用いて作図**

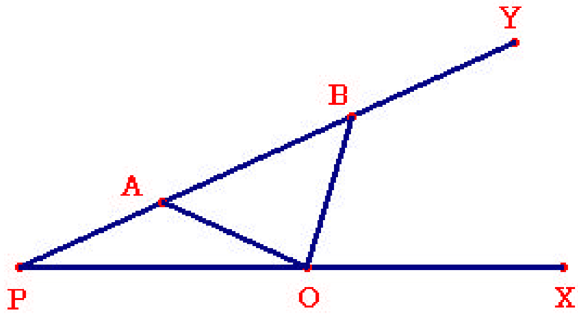
→ **解が存在しない**

・それでは、角の3等分問題が定木とコンパス有限回用いて作図するのが不可能であることを踏まえて、その問題に取り組んだ数学者の解決方法を見ていく。今回は特に、角の3等分器について注目しよう!!

●エティエンヌ･パスカルの 3等分器

# この道具の仕組みを考えよう





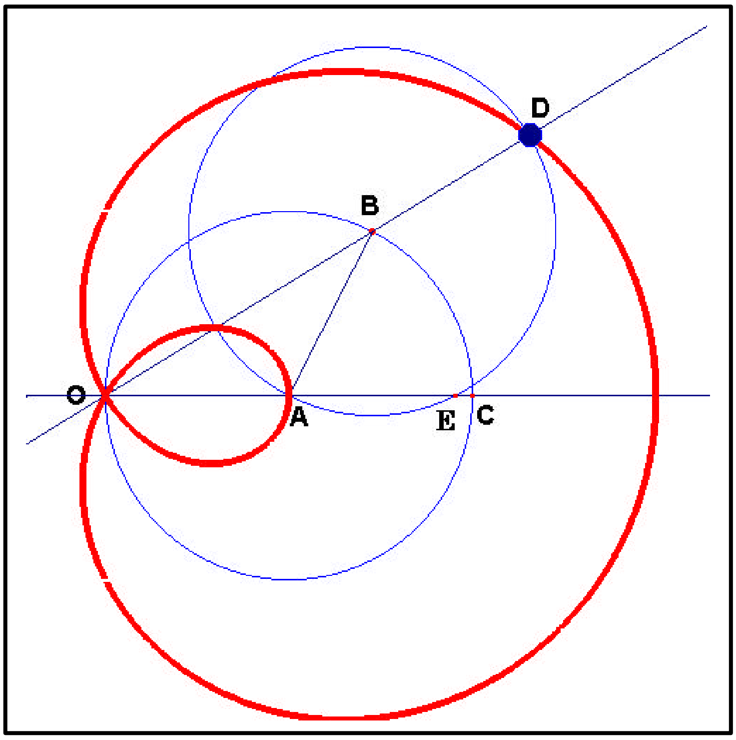

**条件** :PA=AO=OB
**視点** :△AOP と△OAB に注目
**目標** :∠APO＝α　→　∠BOX＝3α

証明

**●エティエンヌ・パスカル**

・1588年～1651年
・リマソン曲線 蝸牛曲線）
・法律家であり、数学を趣味として学んでいた。

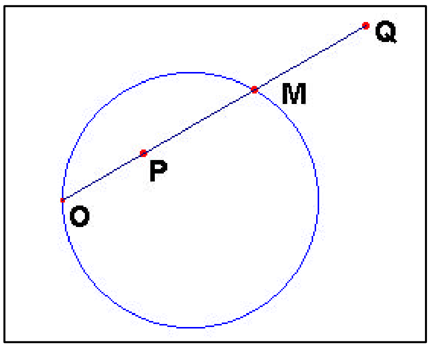
●エティエンヌ・パスカルのリマソン 蝸牛線）




OC= 2BD の場合

一定の長さの線分 PQ を与え、その中点をM とする。そして、ある1つの円の円周上に定点 O を定める。直線 PQ が点 O を通り、点 M が円周上を動く。

この条件を保ち、点 M を円周上で動かすと、線分 PQ の両端点 P,点 Q は、リマソン 蝸牛線）を描く。




**☆このリマソン 蝸牛線）と道具の仕組みを比べて見よう!!**

●Alfred Bray Kempe　（アルフレッド・ブライ・ケンペ）

・ 1849 年～1921 年　英国ロンドン）

・ 数学者でもあり、大の音楽好きであった。

・ **リンク機構の開発**

　　『How to draw a straight line』

**・次の原典『How to draw a straight line』を読んで、アルフレッド・ブライ・ケンペの考えを読み取ろう。**

メモ

●原典 『How to draw a straight line』



# HOW TO DRAW A STRAIGHT LINE:

## A LECTURE ON LINKAGES.

The great geometrician Euclid, before demonstrating to us the various propositions contained in his *Elements of Geometry*, requires that we should be able to effect certain processes. These *Postulates*, as the requirements are termed, may roughly be said to demand that we should be able to describe straight lines and circles. And so great is the veneration that is paid to this master-geometrician, that there are many who would refuse the designation of "geometrical" to a demonstration which requires any other construction than can be effected by straight lines and circles. Hence many problems—such as, for example, the trisection of an angle—which can readily be effected by employing other simple means, are said to have no geometrical solution, since they cannot be solved by straight lines and circles only.

It becomes then interesting to inquire how we can effect these preliminary requirements, how we can describe these circles and these straight lines, with as much accuracy as the physical circumstances of the problems will admit of.

As regards the circle we encounter no difficulty. Taking Euclid's definition, and assuming, as of course we must, that our surface on which we wish to describe the circle is a plane, (1)[1] we see that we have only to make our tracing-

**中略**

But the straight line, how are we going to describe that? Euclid defines it as "lying evenly between its extreme points." This does not help us much. Our text-books say that the first and second Postulates postulate a ruler (2). But surely that is begging the question. If we are to draw a straight line with a ruler, the ruler must itself have a straight edge; and how are we going to make the edge straight? We come back to our starting-point.

●和訳

偉大である幾何学者ユークリッドは、ユークリッド原論に含まれていた様々な提案を実証する前に、私たちがあるプロセスを達成することが必要である、ということを要求します。必要とするこれらの仮定は、簡単にいうと直線と円について描くことを要求するということであります。最上の幾何学者に払われる尊敬が非常に大きなものであるため、直線と円によって達成することができるより、他の手法も要求する証明に 幾何学的な」ことの指示を拒絶する人がたくさんいます。従って、他の単純な手段を使うことにより容易に達成することができる多くの問題、例えば角度の三等分問題、が直線および円だけを用いてそれらを達成することができないという理由で、幾何学的な解決を行っていないと言われます。

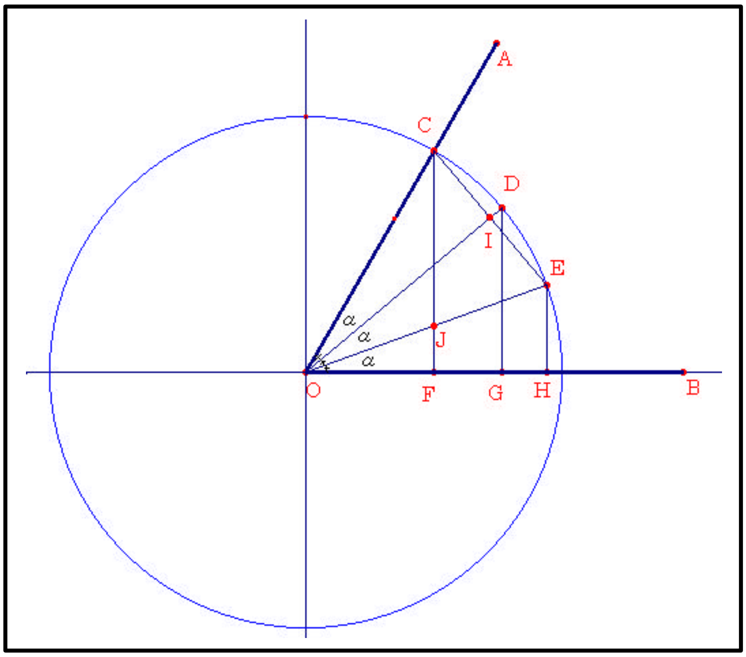
改善の余地があるその問題の物理的な状況でどのように十分に正確にこれらの前提の要求を達成できるのか、どうのように円や直線を描くことができるのかを探求することは興味を引かれる。

円についていえば、我々は困難に遭遇することはない。ユークリッドの定義を用いれば、円を描く表面は、水平な面でなければならない。(1)

中略

しかし、直線は、どのように描くことができるだろうか？ユークリッドは、"2つの端点の間に均一に引かれるもの"と定義したのである。これは、私たちの助けにはならない。私たちの教科書は、第1、2番目の前提として、1つの定木を使うということを要求します。しかし、これは最大の問題であると疑わないです。もしも、我々が1つの定木で直線を描くとき、その定木は、それ自体が直線でなければならない。つまり、どのようにして我々は定木の直線を作ることができるのか？我々のスタートは、ここにある。

**補助資料**




**任意の∠AOB を3等分すること**

頂点 O を中心に 2を半径として円を描く。

（2をとることができるとする）

与えられた角 AOB の 3等分した値が **α** であるとする。

OF＝**a**　OH=**x**　HE=**y**　と定める。

**このとき、a が与えられ、x の値が作図することができるならば、点 E を求めることができる。**

⇩

$$\boxed{X^3 + 3X - a = 0}$$